

光学

第1章 光の基本的な性質

黒田和男

1 はじめに

われわれは光の中で暮らしている。光について感覚的にはよく知っているはずであるが、物理学の観点から、光とは何であるかという問いに答えるのはそれほど簡単ではない。本章では光とは何であるかとの観点から光の基本的な性質を述べる。光は、粒子的な性質と波動としての性質の二つの側面を持つことが知られている。本来、粒子と波動は互いに矛盾する概念である。この二つの性質を両立させるのが量子という考え方で、量子の振舞いを明らかにするのが量子力学である。ここでは量子に立ち入ることはしない。粒子的な立場、波動的な立場から光の性質を考えて行こう。

2 光線

光についてすぐ気付くことは、**直進**するように見えることである。図1はレーザー光線の写真である*1。直進する光を一本の直線で表すのは自然なことである。光が通る軌跡を**光線** (ray) という。光線は、光を「粒子」と見たときの粒子の通過する軌跡と考えてよいであろう。光源からはいろいろな方向に光線が出ている。特に一点から出る放射状の光線の集まりを**光束** (pencil of rays) という。光は宇宙空間のような真空中を伝わるができる。と同時に、空気や水やガラスなど物質の中を伝わることもできる。光が伝わる媒体を**媒質** (medium) という。光は一様な媒質中を直進するが、性質の異なる媒質に出会うと境界面で**反射**や**屈折**する。また、不均一な媒質の中では光線は連続的に曲がる。光線の軌跡を決めるのが媒質の**屈折率** (refractive index) であり、光学において最も重要な物質定数である。光線や光束の性質を論じる学問分野が**幾何光学** (geometrical optics) である。幾何光学では、光線が存在を前提として、その基本的な性質を明らかにする。さまざまな光学機器は幾何光学の考え方に基づいて設計される。これら幾何光学の詳細は第2章以下で議論する。

3 波動

現代物理学では、光は**電磁波** (electromagnetic wave) の一種であるということが分かっている。電磁波はその波長または周波数により、電波から放射線の一種であるガンマ線まで、さまざまに形を変えて存在する。図2は、波長 (単位 m) および周波数 (単位 $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$) による電磁波の分類を表したものである。その

*1 レーザー光線が横から見えるのは、ほこりなど空气中を漂う微粒子によって光が散乱されるからである。また、手前でビームが広がって見えるのは、カメラの焦点をレーザー装置に合わせたので、ピン트가ボケたためである。

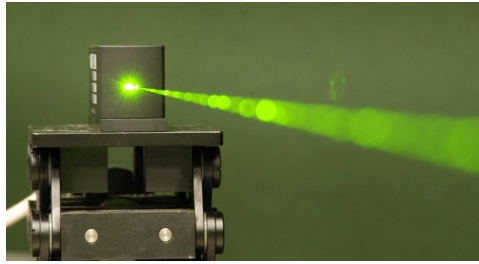


図1 レーザー光線

中で、波長がおよそ $0.4 \sim 0.8\mu\text{m}$ の範囲に入るものを**可視光** (visible light), それよりも波長が短い光を**紫外線** (ultraviolet ray), 可視光よりも波長の長い光を**赤外線** (infrared ray) という。実際に眼に感じる光のスペクトル範囲は個人差があり, 短波長限界は $360 \sim 400 \text{ nm}$, 長波長限界は $760 \sim 830 \text{ nm}$ といわれている。紫外線については空気中を通過できるか否かで波長が約 200 nm のところに一つの境界がある。これよりも波長の長い紫外線は大気を透過できるので, 地上に降り注ぐ太陽光線の中に含まれ, 日焼けの原因となる。 200 nm より短い紫外線を真空紫外と呼ぶ。紫外線は約 10 nm 程度までであるが, 短波長になると極端紫外線 (extreme ultraviolet ray) などとも呼ばれる。波長がさらに短くなると X 線の領域に入る。X 線も長波長の軟 X 線と短波長の硬 X 線に分けられる。一方, 約 800 nm 以上が赤外線である。これも, 近赤外, 中赤外, 遠赤外に分類されるが, 境界は必ずしも明確ではない。波長 0.3 mm の電磁波は周波数が $10^{12} \text{ Hz} = 1 \text{ THz}$ になるので, この近くの電磁波をテラヘルツ波と呼ぶ。光学で扱うのはこのあたりまでである。さらに, 波長が長くなるとマイクロ波から電波の領域に入る。

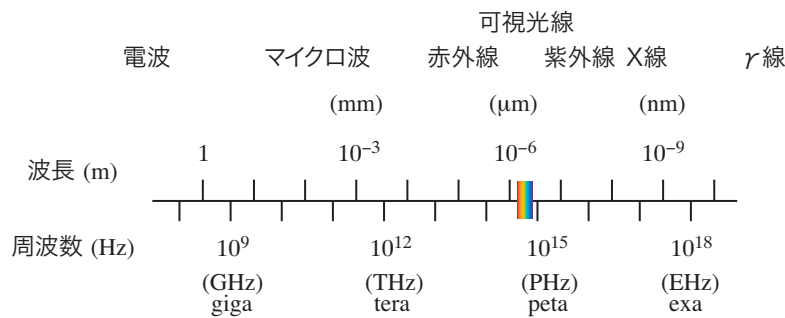


図2 電磁波の波長による分類

波の基本的な性質をまとめておこう。単振動を源として空間を伝わる波を**正弦波** (sinusoidal wave) または**単色波** (monochromatic wave) という。波の進む方向を z 軸にとると, 波の振幅 ψ は

$$\psi(z, t) = A \cos(\omega t - kz + \phi_0) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}z + \phi_0\right) \quad (1)$$

と表される。

図3において, 波を空間的に表したときの隣り合う波の頂上の間隔 λ を波の**波長** (wavelength) という。波長の基本単位は m だが, 光学では μm ($=10^{-6}\text{m}$) や, nm ($=10^{-9}\text{m}$) が用いられる。 $k = 2\pi/\lambda$ は**波数**

(wavenumber) で、 2π メートルの間に入る波の数を表す*2。波数は波長の逆数に比例する。

時間軸に目を向けると、図3の T が振動の**周期** (period) である。1秒間の振動回数 $f = 1/T$ を**周波数** または**振動数** (frequency) という。**角周波数** (angular frequency) は周波数の 2π 倍で与えられる ($\omega = 2\pi f = 2\pi/T$)。周波数の単位は Hz, 角周波数の単位は毎秒ラジアン (rad/s) である。

正弦波の式 (1) を $\psi = A \cos \phi$ と書いたとき、 ϕ を波の**位相** (phase) という。 $\cos \phi$ は周期 2π の周期関数であるから、位相も 2π の整数倍だけ異なるものは同一であると見なす。 ϕ_0 は、原点 ($z = 0$) において時刻 $t = 0$ のときの位相で、**初期位相** と呼ばれる。

波は1周期で1波長進むから、1秒間では波長の周波数倍だけ進む、すなわち、波の速度 v は

$$v = \lambda f = \frac{\omega}{k} \tag{2}$$

で与えられる。

真空中における光の速度は現代では $c = 299,792,458$ m/s と**定義**されている。数値を丸めて $c = 3 \times 10^8$ m/s である。つまり、光は1秒間に真空中を30万 km 進む。地球の円周は4万 km だから、光は1秒間に地球を7周半走る。真空中の光速は光の波長や周波数によらず一定である。すなわち、X線も可視光も電波もすべて同じ速度で進む。

問題 1 波長 $0.6\mu\text{m}$ の光の、周波数 (Hz) と波数 (cm^{-1}) はいくらか。

問題 2 式 (1) の代わりに、 $\psi = A \cos(\omega t + kz + \phi_0)$ も正弦波を表す。これはどのような波か。

問題 3 太陽から地球までの距離はおよそ1億5000万 km である。太陽で放射された光が地球に届くまでの時間はいくらか。

4 複素表現

波数 k , 角周波数 ω の単色波の振幅は式 (1) のように実数で表される。ところが、実数の代わりに複素数を使うと、計算がずっと楽になる。その基本は複素指数関数と三角関数の間の関係式にある。すなわち、複素数 z を実部と虚部に分けて $z = x + iy$ としよう。複素数 z の指数関数は $\exp(z) = \exp(x + iy) =$

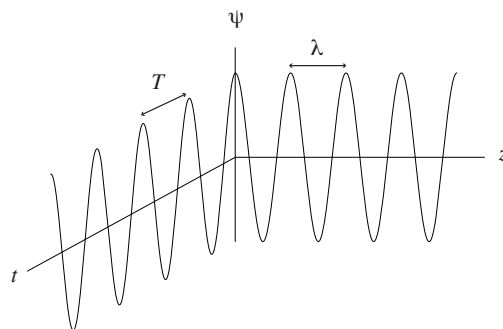


図3 単色波

*2 分光学では $\sigma = k/2\pi = 1/\lambda$ を波数と呼ぶ。単位は1 cm あたりの波数 cm^{-1} を用いることが多い。

$\exp(x)\{\cos y + i \sin y\}$ という関係を満たす。実数表現 (1) に対応する複素数表現を

$$\psi_A(z, t) = Ae^{i(\omega t - kz + \phi_0)} \quad (3)$$

と定義する*3。こうすると、実数表現 ψ_R は、複素数表現 ψ_A の実部で与えられる ($\psi_R = \Re[\psi_A]$)。ただし、記号 \Re は実部を取ることを意味する。振幅を複素数に拡張し、 $\tilde{A} = A \exp(i\phi_0)$ をまとめて複素振幅と定義すれば、初期位相を複素振幅に含ませることができる。

次に波の強度を考察しよう。波の強度 I は、実数振幅 ψ_R の 2 乗に比例する。ところが、 \cos 関数の 2 乗には、2 倍の周波数で振動する成分が含まれる。この部分は振動の周期にわたって時間平均すると消える。よって、強度と振幅の関係は次のように表される。

$$I \propto \langle \psi_R^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T A^2 \cos^2(\omega t - kz + \phi_0) dt = \frac{1}{2} A^2 = \frac{1}{2} |\psi_A|^2 \quad (4)$$

ただし、かぎ括弧は振動周期 T にわたり時間平均を取ることを意味する。多くの場合、上式の係数 $1/2$ を省略して、波の強度を複素振幅の絶対値の 2 乗 $I = |\psi_A|^2$ に等しいとする*4。

5 3次元の波

空間は 3 次元であるから、実際の問題に対しては 3 次元の波を考察しなくてはならない。1 次元の単色波を 3 次元に拡張したのが**単色平面波** (harmonic plane wave) である。平面波とは時間を止めたとき、**波面** (wave front) すなわち位相の等しい面が平面であるような波である。波の進む方向を表す単位ベクトルを $\mathbf{t} = (L, M, N)$ としよう。単位ベクトルであるから $L^2 + M^2 + N^2 = 1$ を満たす。図 4 に示す通り、ベクトル \mathbf{t} が xyz 軸と成す角度を ξ, η, θ とすると $L = \cos \xi, M = \cos \eta, N = \cos \theta$ と書ける。このため L, M, N を**方向余弦** (directional cosine) という。また、図 4 に示した極座標表示では、 $L = \sin \theta \cos \phi, M = \sin \theta \sin \phi, N = \cos \theta$ である。波面はベクトル \mathbf{t} に直交するから、波面の点をベクトルで \mathbf{r} とすると、ある特定の波面上の点は $\mathbf{t} \cdot \mathbf{r} = \text{const.}$ を満たす。よって、平面波を表す複素振幅は、1 次元の波の複素表示 (3) の自然な拡張で

$$\psi(x, y, z, t) = Ae^{i(\omega t - k_1 x - k_2 y - k_3 z + \phi_0)} = Ae^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \phi_0)} \quad (5)$$

と書ける。ただし

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{t} = \frac{2\pi}{\lambda} (L, M, N) \quad (6)$$

である。ベクトル \mathbf{k} を**波動ベクトル** (wave vector) という。角周波数 ω の一般的な波は、いろいろな方向に向いた平面波の重ね合わせで表される。これは一般的に

$$\psi(x, y, z, t) = u(x, y, z) e^{i\omega t} \quad (7)$$

と書ける。このように単色波に対し、空間部分と時間部分を分離して書くことができるのが、複素表示の一つの大きな長所である。

*3 式 (3) では、複素指数関数の指数に正符号をつけた。この代わりに $\psi_A = A \exp[-i(\omega t - kz + \phi_0)]$ とする光学の教科書も多数ある

*4 光は電磁波であり、振幅 ψ に相当するのは、光の電場である。このときの光の強度 (単位断面積を単位時間に通過する光のエネルギー) は、付録の式 (22) で与えられる。

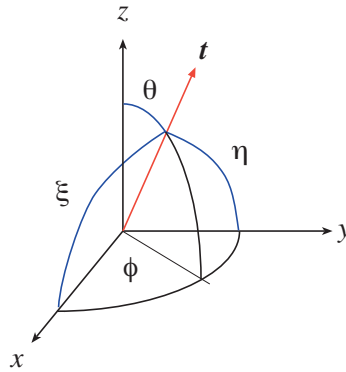


図4 波面法線方向と極座標表示

6 屈折率

幾何光学においても波動光学においても，光の伝搬を決めるのは媒質の**屈折率** (refractive index) である。屈折率 n は，真空中の光速 c と媒質中の光速 v の比で定義される。

$$n = \frac{c}{v} \quad (8)$$

通常の媒質の光速は真空中の光速より小さい。したがって，屈折率は1より大きな値を取る。表1に，いくつかの媒質の屈折率を挙げた。屈折率は光の波長あるいは周波数によって変化する。このことを屈折率の**分散** (dispersion) という。プリズムで白色光をスペクトルに分解できるのは，屈折率に分散があるからである。図5は，いろいろな光学材料の屈折率の周波数依存性を図示したものである。ただし，横軸は光の波長で，対数目盛りでプロットしてある。この図から分かる通り，光の波長が短いほど，すなわち，周波数が高いほど物質の屈折率は大きくなる。このため，プリズムを通すと，波長の短い光ほど大きく曲げられる。

表1 屈折率

媒質	空気	水	ガラス	プラスチック
屈折率	1.00027	1.33	1.5 ~ 2	1.5 ~ 1.6

図5を見ると，屈折率は波長の短いところで急速に増加し，そこで曲線が途絶える。逆に，波長の長い方は屈折率が急に減少し，そこでやはり曲線は途絶える。これは，それぞれ，紫外線領域，赤外線領域に強い吸収があることが原因である。吸収の大きい波長領域でも，屈折率を定義できるが，屈折率は複素数になる。その実部が屈折率に対応し，虚部が吸収係数になる。図5は，吸収の小さい波長領域にのみデータを表示したものである。

屈折率 n の媒質中を伝搬する光は速度が変化するだけではない。光が真空から媒質中に入っても，角周波数 ω は変化しない。したがって，媒質中で速度が変化したことに対応し，波長が変化する。媒質中の波長を λ ，真空中の波長を λ_0 とすると

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \quad (9)$$

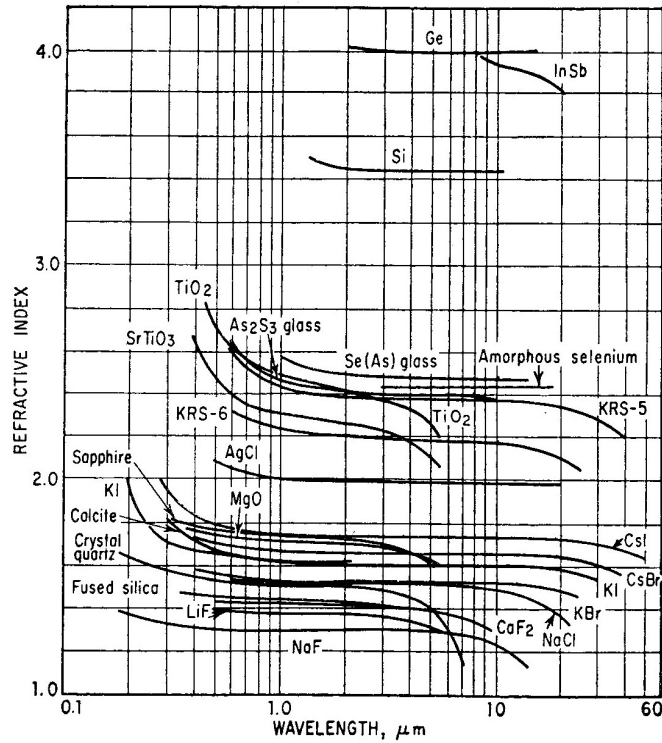


図5 いろいろな光学材料の屈折率の波長依存性

の関係が成り立つ。媒質中では、波長は屈折率の分だけ縮むことになる。波数 k は

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi n}{\lambda_0} = \frac{\omega}{c} n \quad (10)$$

と書ける。すなわち、波数は屈折率の分だけ大きくなる。

最後に、屈折率の値について一言述べておく。真空の屈折率は定義から $n = 1$ である。図5の縦軸の最小値が1である。全ての曲線がその上にあるから、媒質の屈折率は1より大きい。言い換えると、媒質中の光速は c より小さいことになる。では、 $n < 1$ になることはないのだろうか。実はある。X線の波長域では、多くの媒質の屈折率が、わずかであるが1より小さくなる。ここでは、光速は c を超えることになる。アインシュタインの相対性理論によれば、物体の速度は c を超えられない*5、ことが知られている。当然、 $n < 1$ は相対性理論に抵触しないか、という疑問が生じる。屈折率の定義に現れる速度は、波面が進む速度(位相速度という)である。水面の波を思い起こすと、水はそれぞれの位置で上下運動*6をしているだけで、水そのものが波が進む速度で動いているわけではない。すなわち、位相速度は物体自身の移動速度(光では、エネルギーが伝わる速度)ではないので、 $n < 1$ であっても相対性理論の因果律を破らなないのである*7。

*5 物体の速度が c を超えると、その物体で生じる事象の過去と未来を入れ替えることが出来る。これは、因果律(結果は原因に先行することはない)を破ることになる。

*6 実際には円に近い運動をしている。

*7 筆者はこれを孫悟空効果と名付けた。孫悟空はきん(角へんに力)斗雲に乗って光より速く走るが、しかし、お釈迦様の掌=因果律の外に出ることはできない。最近、ニュートリノが光速を超えるという実験結果が報告され話題を呼んだが、実験装置の接続が不完全であったために雑音が生じたのが原因であったという、実にお粗末な結果に終わった。

最近では、さらに値が小さくなって、屈折率が負になる物体が存在することが分かっている。負屈折率媒質は1964年(英訳の出版は1968年)にロシア(当時ソ連)のV. G. Veselagoによって理論的に予測された。その後、2000年頃に、英国のJ. B. Pendryや米国のD. R. Smithが、人工構造物でそのような性質の物質を作れることを明らかにした。負屈折率媒質中の光の伝搬は分かりにくい。 $n < 0$ ということは、一言で言うと、波が後ろ向きに進むということである。空気中に置かれた負屈折率媒質に、左から光が入射したとしよう。負屈折率媒質中でも、光のエネルギーは左から右に進む。ところが、波の運動を詳しく見ると、波面は右から左に動いているのである。これが、 $n < 0$ すなわち位相速度が負の波の伝搬である。負屈折率媒質を使うと透明マント*8が作れることが知られている。

付録 A 電磁波の伝搬

光は電磁波であるから、波の振幅に対応するのは、電場や磁場である。光の電場を \mathbf{E} 、磁場を \mathbf{H} とする。これらはベクトル量である。媒質中における電束密度は $\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E}$ 、磁束密度は $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$ となる。ただし、 ϵ は媒質の誘電率、 μ は透磁率である。電磁波の伝搬は**マクスウェル方程式** (Maxwell equations) に従う。マクスウェル方程式は、電磁場の回転に対する方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_y}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial y} &= \frac{\partial D_x}{\partial t} + J_x, & \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} &= -\frac{\partial B_x}{\partial t} \\ \frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial z} &= \frac{\partial D_y}{\partial t} + J_y, & \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} &= -\frac{\partial B_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial x} &= \frac{\partial D_z}{\partial t} + J_z, & \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -\frac{\partial B_z}{\partial t} \end{aligned} \quad (11a)$$

と、電磁場の発散に対する方程式

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \rho, \quad \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \quad (11b)$$

からなる。ただし、 \mathbf{J} は電流密度、 ρ は電荷密度である。電流については、オームの法則 $\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$ が成り立つと仮定する。ここで、 σ は電気伝導度である。電流が流れると、ジュール熱が発生する。これは光のエネルギーの一部が媒質に吸収され、熱に変わる過程を表す。よって、吸収がない透明な媒質に対しては、電流 \mathbf{J} と電荷密度 ρ を 0 と置くことができる。

A.1 平面波

透明な媒質 ($\mathbf{J} = \rho = 0$) 中を z 方向に進む平面波を考えよう。このとき電磁場は、 x と y には依存せず、 z と t の関数になる。また、電磁場の z 成分は 0 になる ($E_z = H_z = 0$)。このことを考慮すると Maxwell 方程式 (11a) は

$$\begin{aligned} \epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} &= \frac{\partial H_y}{\partial z}, & \epsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} &= -\frac{\partial H_x}{\partial z} \\ \mu \frac{\partial H_y}{\partial t} &= \frac{\partial E_x}{\partial z}, & \mu \frac{\partial H_x}{\partial t} &= -\frac{\partial E_y}{\partial z} \end{aligned} \quad (12)$$

*8 負屈折率物質からなる円筒状の物体で、そこに入射した光線は、円筒部分を通った後、あたかも何もなかったかのように、入射光線の延長線上に出射する。円筒の内部は、決して外から見ることが出来ない。

となる。これから、 E_x, H_y の組と E_y, H_x の組に分けられることがわかる。これらは独立で、前者は電場は x 方向を向くので、 x 方向の直線偏光*9、後者を y 方向の直線偏光と呼ぶ。

特に、波動関数が $\exp[i(\omega t - kz)]$ に比例するとき、 E_x, H_y の組に対し、 $E_x = E_0 \cos(\omega t - kz), H_y = H_0 \cos(\omega t - kz)$ とおいて

$$\omega \epsilon E_0 = -k H_0, \quad \omega \mu H_0 = -k E_0 \quad (13)$$

が導かれる。図6は平面波の電磁場と波動ベクトルの関係を図示したものである。波動ベクトル \mathbf{k} は z 方向を向き、電場ベクトル \mathbf{E} は x 方向を向き、磁場ベクトル \mathbf{H} は y 方向を向く。一般に、平面波では、この3つのベクトルは互いに直交する。

A.2 波動方程式

方程式(12)の第1の組で、上の式を t で偏微分し、下の式を z で偏微分すると、 H_y を消去することができる。こうして、波動方程式

$$\epsilon \mu \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} \quad (14)$$

が導かれる。磁場 H_y も同じ波動方程式を満たす。

A.3 屈折率・インピーダンス・強度

式(13)は二つの式からなるが、これが両立するためには

$$\epsilon \mu \omega^2 = k^2 \quad (15)$$

の関係が満たされなくてはならない。あるいは、波動方程式(14)に、電場の波動関数 $E_x = E_0 \cos(\omega t - kz)$ を代入しても、同じ式が得られる。ところが、式(2)にある通り、波数 k と角周波数 ω の間には $k = \omega/v$ の関係がある。よって、光速度 v と誘電率および透磁率の間に

$$\frac{1}{v^2} = \epsilon \mu \quad (16)$$

の関係があることが導かれる。特に、真空中では光速度は c であるから、真空の誘電率と透磁率を ϵ_0 と μ_0 と置くと

$$\frac{1}{c^2} = \epsilon_0 \mu_0 \quad (17)$$

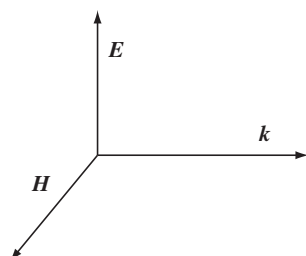


図6 平面波の電磁場と波動ベクトル

*9 偏光については、8章で学ぶ。

が成り立つ。媒質の屈折率 n は、真空中の光速と媒質中の光速の比で定義されるから

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\epsilon_r\mu_r} \approx \sqrt{\epsilon_r} \quad (18)$$

が得られる。ただし、 $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$ と $\mu_r = \mu/\mu_0$ は比誘電率および比透磁率である。ほとんどの光学材料で比透磁率は 1 であるから ($\mu_r \approx 1$)、**屈折率は比誘電率の平方根**に等しい。

式 (13) から、電場の大きさと磁場の大きさの比について

$$E_0 = -ZH_0 \quad (19)$$

という関係が得られる。ただし、比を表す量

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (20)$$

は**インピーダンス**と呼ばれ、抵抗の次元を持つ量である。特に、真空のインピーダンスは

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 [\Omega] \quad (21)$$

である。

光のパワー(単位断面積を単位時間に通過するエネルギー)は**ポインティングベクトル** (Poynting vector) $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ の時間平均で与えられる。よって、平面波の強度 I は

$$I = \langle S_z \rangle = \frac{|E|^2}{2Z} = \frac{1}{2Z_0} \frac{n}{\mu_r} |E|^2 \quad (22)$$

となる。 $\mu_r \approx 1$ であるから、強度は電場の 2 乗と屈折率に比例する。これは次のように考えてもよい。光のエネルギー密度は $\epsilon|E|^2 = \epsilon_0 n^2 |E|^2$ に比例する。強度はこれに速度 $v = c/n$ を掛ければよい。よって、強度は屈折率に比例する。