光学第3章 幾何光学

この章で学ぶこと

レンズ

レンズの焦点・主点・ 焦点距離

結像関係式·倍率

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

複合レンズのsystematicな取り扱い

結像

光線

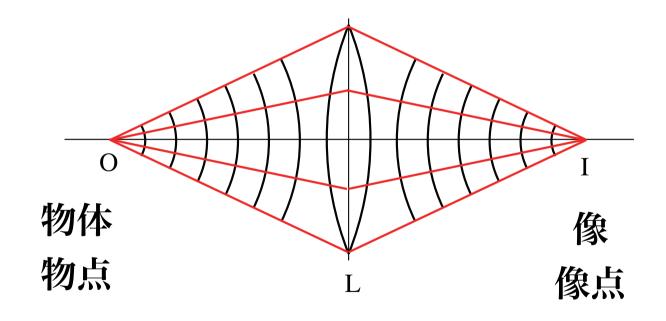
波面

発散光束

発散球面波

収束光束

収束球面波



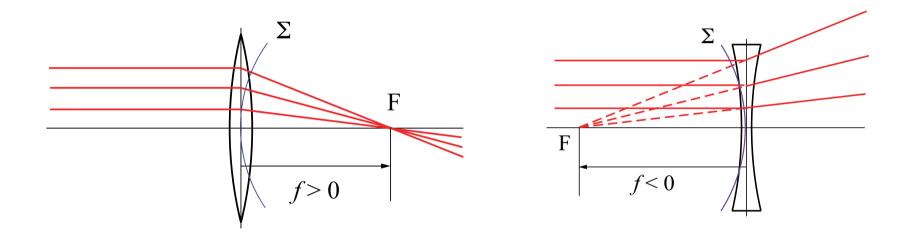
共役点

レンズの種類

- 屈折レンズ
 - フレネルレンズ
 - 屈折率分布型レンズ
- 反射鏡
- 回折レンズ
 - フレネルゾーンプレート
 - ホログラフィック結像素子

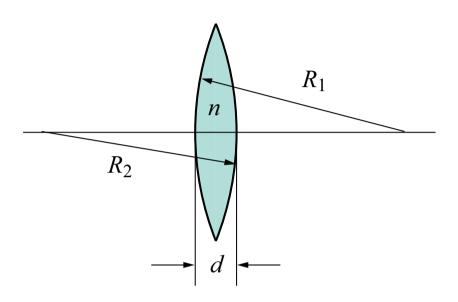
凹レンズ

焦点距離



凸レンズ

薄肉単レンズ

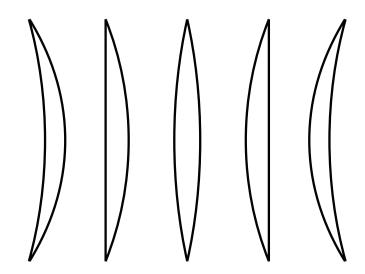


lens maker's formula レンズ職人の公式

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

ベンディング

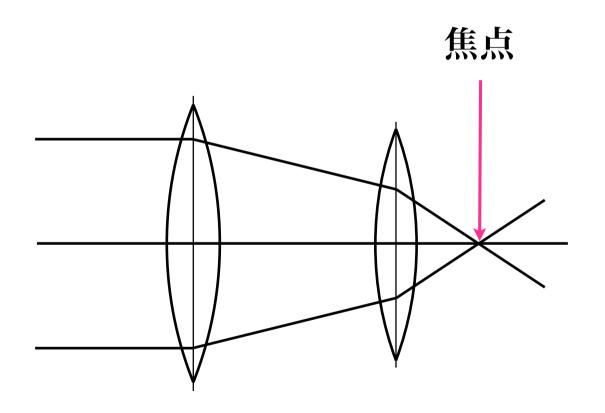
焦点距離は同じでも、形状の 異なるレンズが存在する



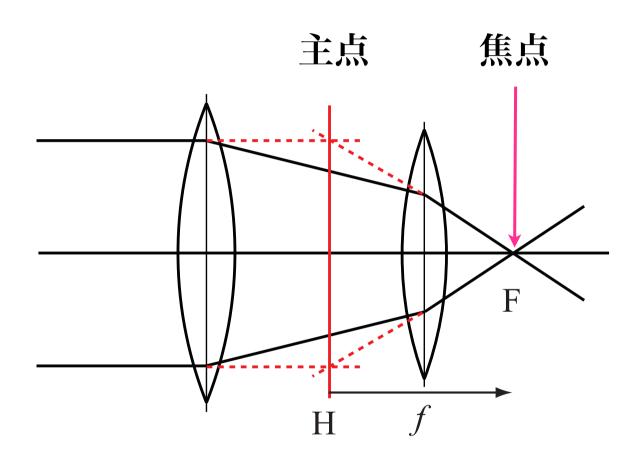
メニスカス, 平凸, 両凸レンズ

複合レンズの焦点距離

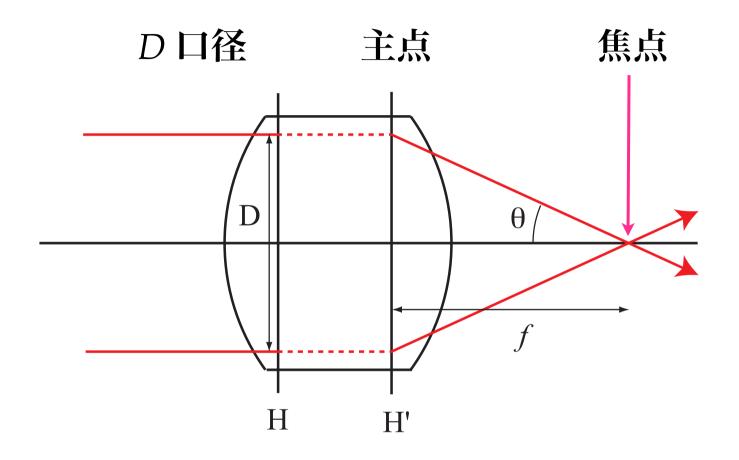
焦点距離はどこから測る?



複合レンズの焦点距離



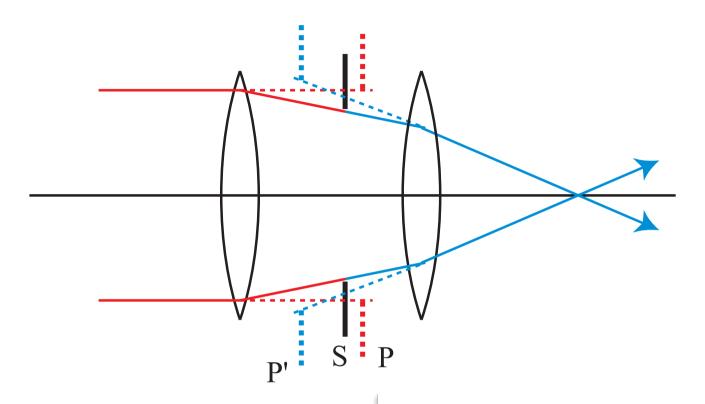
F値、口径と焦点距離



F値, F number F = f/D

開口数, numerical aperture, $NA = \sin\theta = 1/2F$

絞り,入射瞳,射出瞳



S: 絞り, stop

P, P': 瞳, pupil

絞りは、物理的に光束を制限する物体、 量は、絞りを外から見た ときの像

顕微鏡対物レンズ

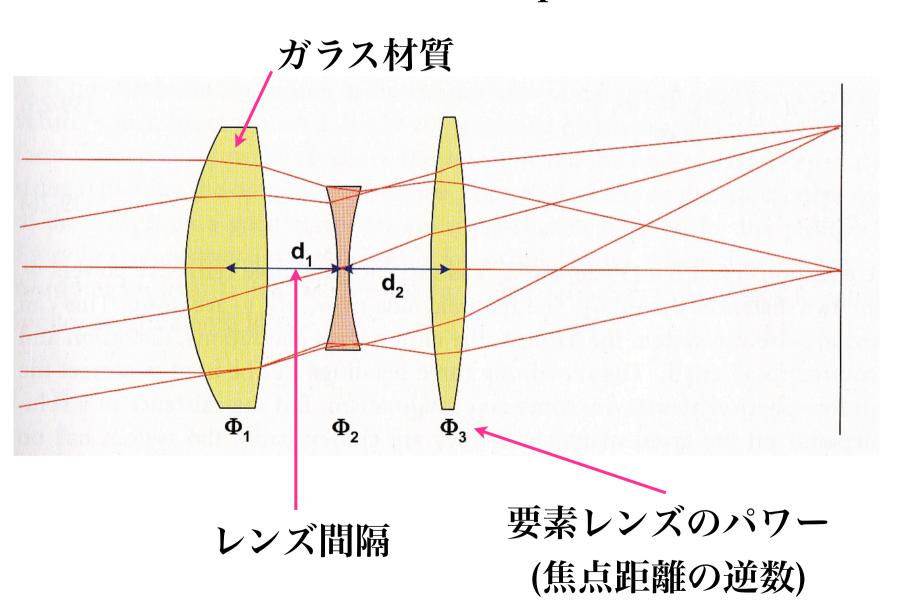


光学系の設計と評価

- レンズ要素の決定
 - 面の曲率,厚さ,直径,ガラスの種類
- 近軸光線追跡
 - 焦点距離, 焦点や主点の位置, 結像関係式, 倍率
- 光線追跡
 - 結像特性評価
 - 収差
 - スポットダイヤグラム

光学系

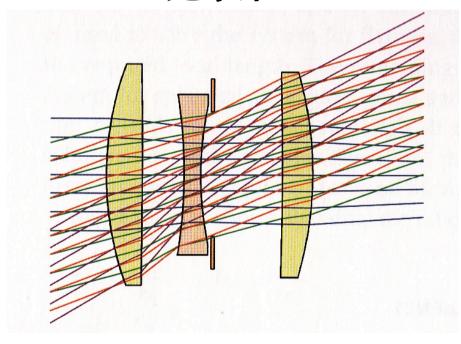
例:3枚レンズ, triplet

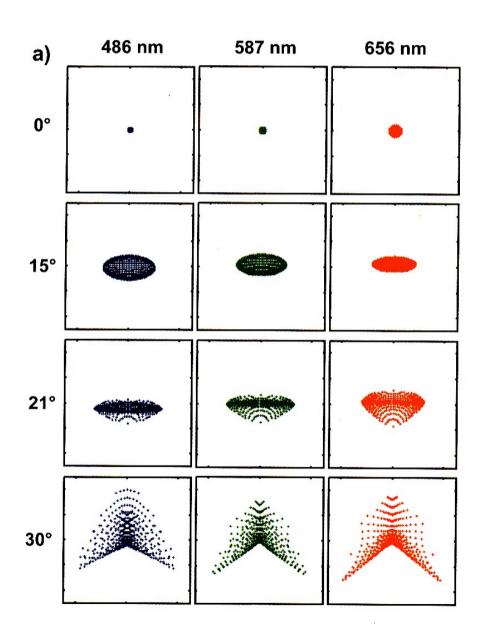


光線追跡

スポットダイアグラム

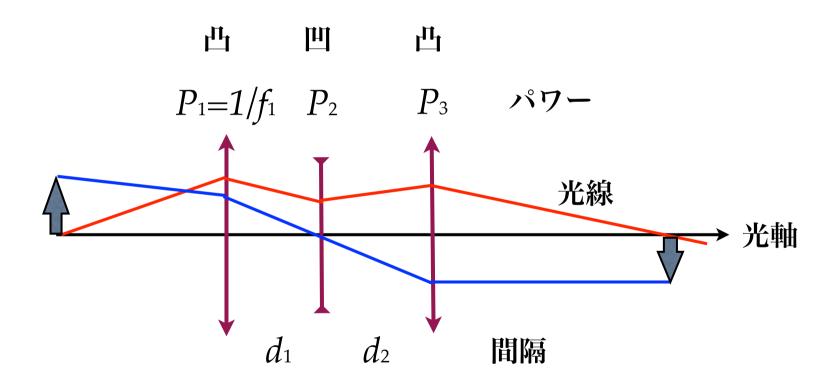
光学系





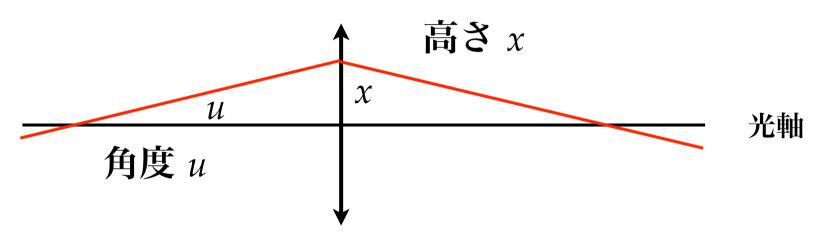
近軸光線追跡

要素レンズの、焦点距離、材質、間隔



光線

光線 (x, u)



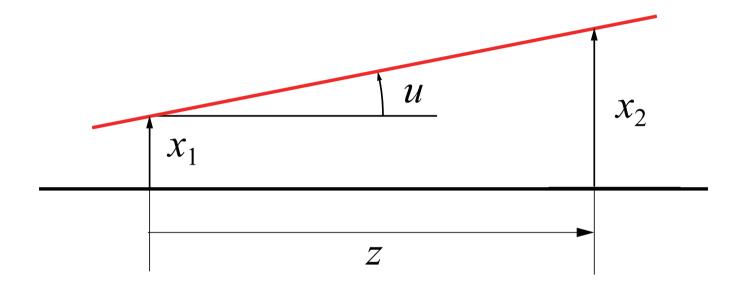
近軸光線: x, u が十分小さい

 $\sin u \sim u$ tan $u \sim u$

などと近似できる

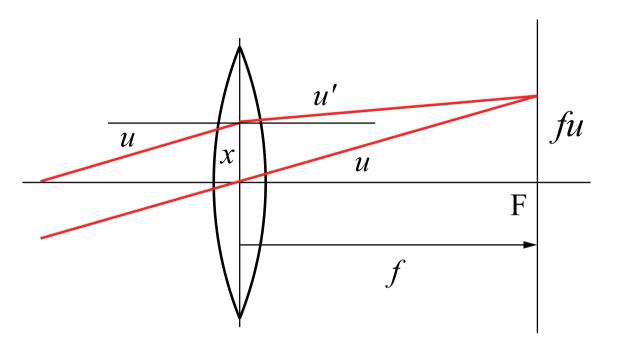
すなわち, 線形近似が成り立つ 線形代数=行列を使って表現できる

移行



$$x_2 = x_1 + z \tan u \approx x_1 + zu$$

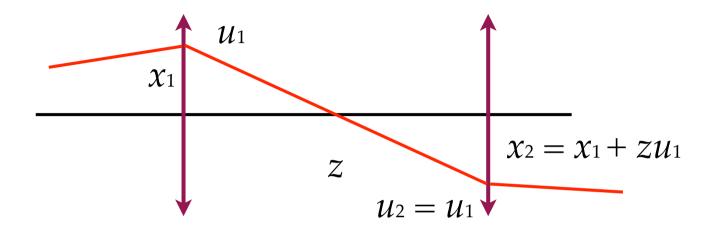
屈折



平行光線は焦点で一点に集まる 角度uの平行光線が集まる点の高さ:fuレンズに高さxで入射した光線:x + fu' = fu

$$u' = u - \frac{x}{f} = u - Px, \quad P = \frac{1}{f}$$

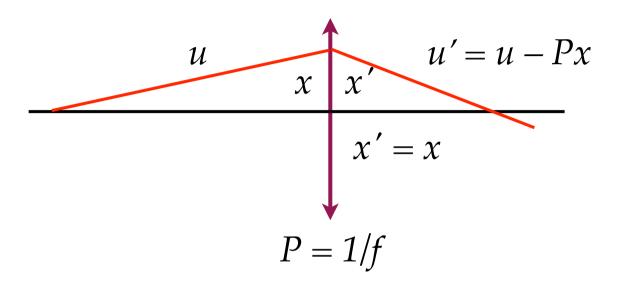
行列による表現:移行



$$\begin{pmatrix} x_2 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ u_1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{T}(z) = \left(\begin{array}{cc} 1 & z \\ 0 & 1 \end{array} \right)$$

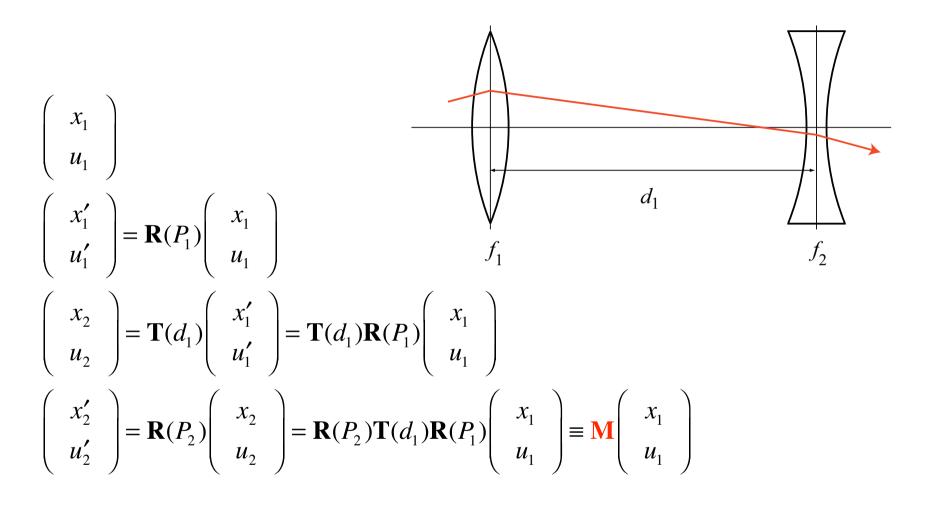
行列による表現:屈折



$$\begin{pmatrix} x' \\ u' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -P & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R}(P) = \left(\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ -P & 1 \end{array} \right)$$

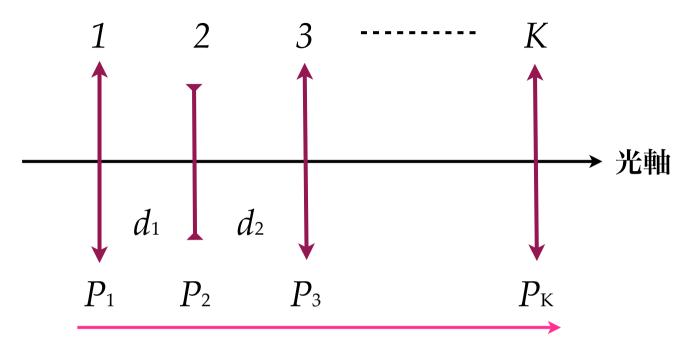
2枚組レンズ (doublet)



$$\mathbf{M} = \mathbf{R}(P_2)\mathbf{T}(d_1)\mathbf{R}(P_1) = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

光線行列 ABCD行列

複合レンズ



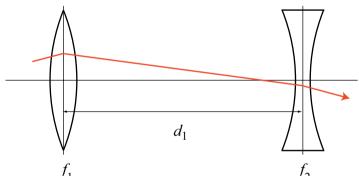
並びが逆順

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \mathbf{R}(P_K)\mathbf{T}(d_{K-1})\mathbf{R}(P_{K-1})\cdots\mathbf{R}(P_2)\mathbf{T}(d_1)\mathbf{R}(P_1)$$

$$det \mathbf{M} = AD - BC = 1$$

ダブレット

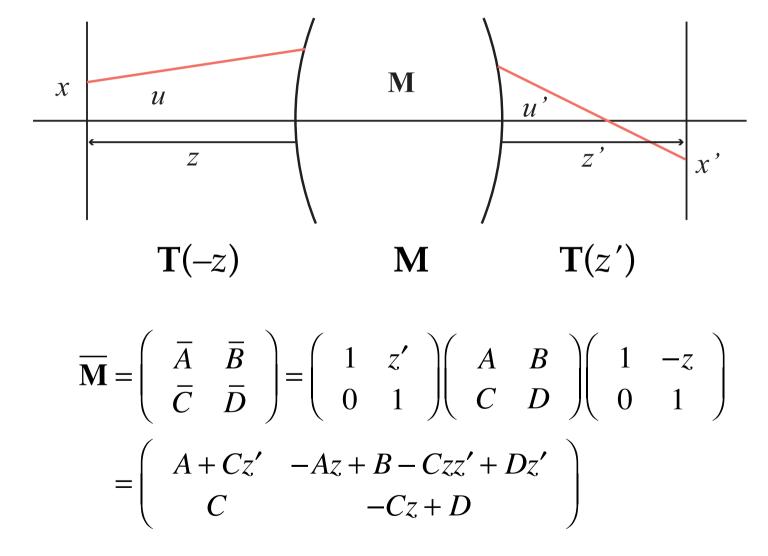
$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -P_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -P_1 & 1 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 1 - d_1 P_1 & d_1 \\ -P_1 - P_2 + d_1 P_1 P_2 & 1 - d_1 P_2 \end{pmatrix}$$



複合レンズのパワー

$$P = P_1 + P_2 - d_1 P_1 P_2$$

結像関係式

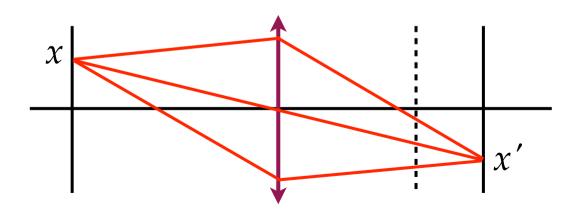


結像関係式2

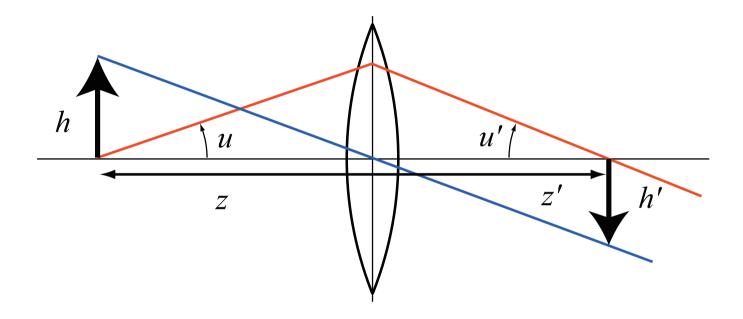
$$x' = \overline{A}x + \overline{B}u$$
$$u' = \overline{C}x + \overline{D}u$$

共役関係があれば、x'はuに依存しない

$$\overline{B} = -Az + B - Czz' + Dz' = 0 \implies z' = -\frac{Az - B}{Cz - D}$$



倍率



横倍率: $\beta = h'/h$

角倍率: $\gamma = u'/u$ at x = 0

光線行列と倍率

$$\beta = \frac{x'}{x} = \overline{A} = A + Cz'$$

$$1 \qquad u' = -$$

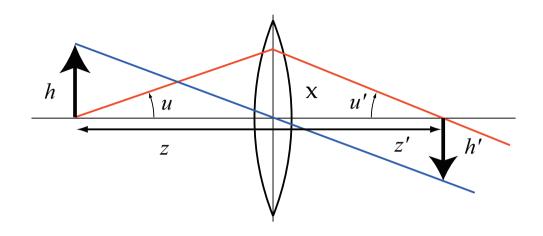
$$\left. \frac{1}{\beta} = \gamma = \frac{u'}{u} \right|_{x=0} = \bar{D} = D - Cz$$

光線行列の行列式が1である

$$\beta \gamma = 1$$

βγ=1 横倍率と角倍率は反比例する

ヘルムホルツ・ラグランジェの不変式



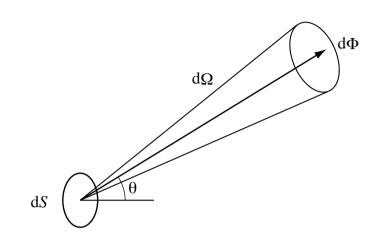
横倍率: $\beta = h'/h = z'/z$

角倍率:
$$\gamma = u'/u = \frac{x/z'}{x/z} = z/z'$$

$$\beta \gamma = 1$$
 ⇒ $hu = h'u'$ 光線についての

保存量

輝度不変則



輝度:単位面積あたり、

単位立体角あたりの光量

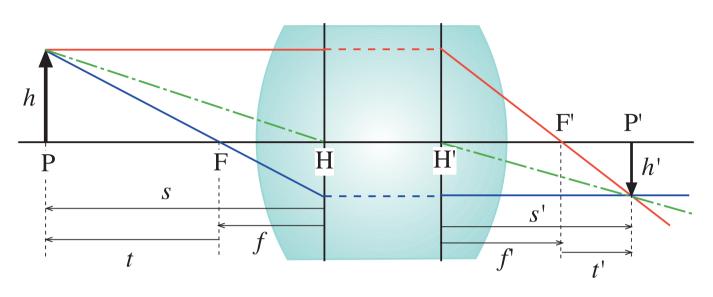
 $d\Phi = \mathbf{B}\mathbf{cos}\theta dSd\Omega$

光学系を通しても, 輝度は不変である

ヘルムホルツ・ラグランジェの不変式より

$$\frac{\mathrm{d}S'\mathrm{d}\Omega'}{\mathrm{d}S\mathrm{d}\Omega} = \beta^2 \gamma^2 = 1$$

主要点



焦点 F, F': 平行光線東の収束点

主点 H, H': 横倍率が1の共役点

節点 N, N': 角倍率が1の共役点

焦点距離

像側 物体側

$$\beta = 0$$
, $\beta = \infty$

$$\beta = 1$$

$$\gamma = 1$$

$$f = HF$$
, $f' = H'F'$

物体空間と像空間の屈折率が等しいとき、主点と接点は一致する

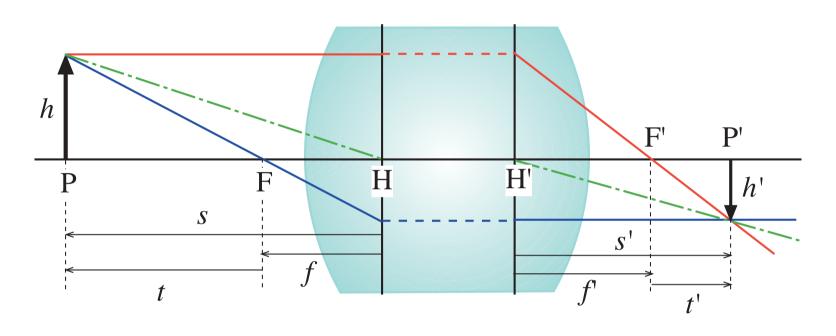
光線行列と主要点

	物体	像	倍率β
物体側焦点	D/C	∞	8
像側焦点	∞	-A/C	0
主点	(D-1)/C	-(A-1)/C	1
焦点距離	1/C	-1/C	

焦点距離:f' = -f = -1/C

パワー: P = 1/f'=-C

ニュートンの式

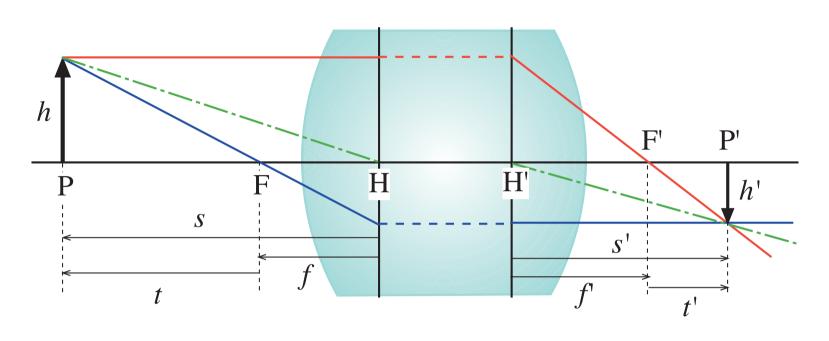


焦点から測る
$$\beta = \frac{h'}{h} = -\frac{f}{t} = -\frac{t'}{f'}$$

$$tt' = ff' = -f'^2$$

結像関係とは 反比例である

結像関係式の標準形

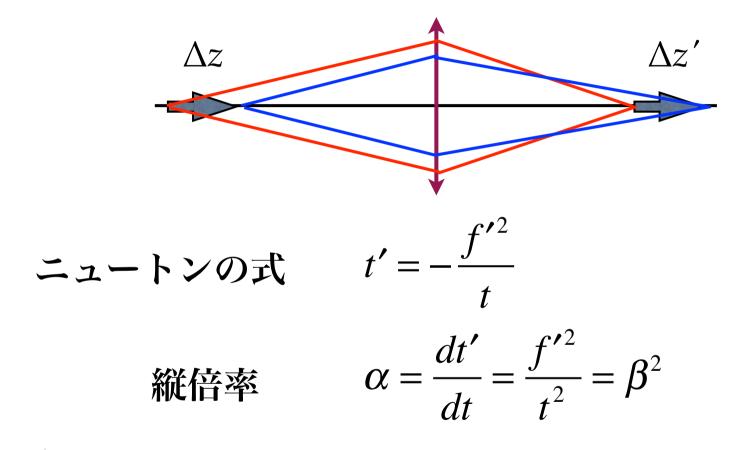


$$\beta = \frac{h'}{h} = -\frac{f}{s - f} = -\frac{s' - f'}{f'}$$

$$\frac{1}{\beta} = 1 - \frac{s}{f} = 1 + sP, \quad \beta = 1 - \frac{s'}{f'} = 1 + s'P$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = P = \frac{1}{f'}$$

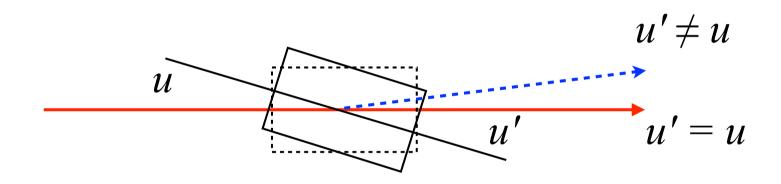
縱倍率



縦,横,角倍率は互いに従属である。 立体を忠実に結像するのは,β=±1の場合に限る。

Nodal slide

節点 = 主点の位置を決定



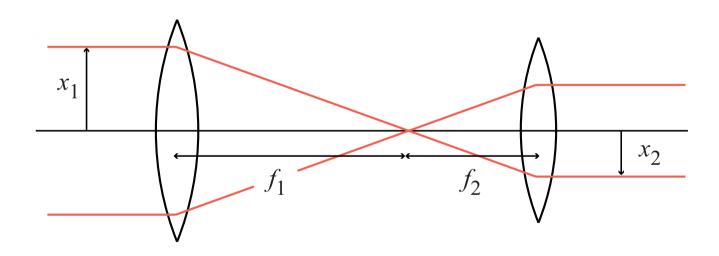
レンズを回転 回転中心が節点のとき, ビームは回転しない

アフォーカル系

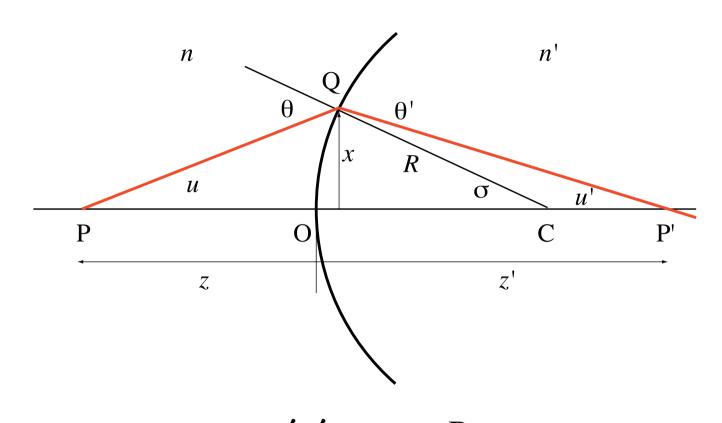
$$f' = \infty$$

主要点は存在しない

倍率: $\beta = 1/\gamma = -f_2/f_1$



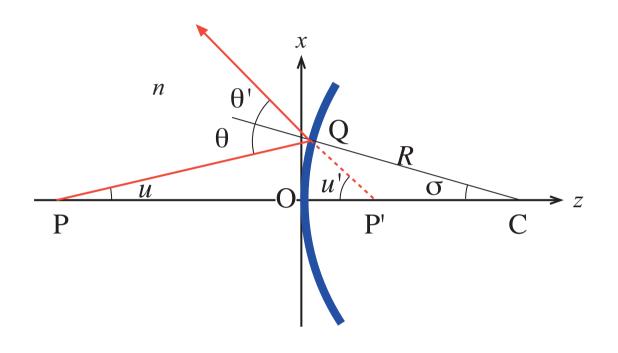
球面による屈折



$$n'u' = nu - Px$$

$$P = \frac{n' - n}{R}$$

球面による反射



$$n'u' = nu - Px$$

$$n' = -n, \quad P = -\frac{2n}{R}$$