

光学

第7章 干渉

黒田和男

1 はじめに

光が波であることを決定的に示したのは、ヤング (Young) による干渉の実験であった*¹。実際、干渉は波動のもっとも基本的な性質であり、粒子の運動では決して説明できない現象である。また工業技術面では、干渉はいろいろな製品の表面微細形状を計測する手段として広く使われている*²。ここでは、干渉の基本的な性質をまとめる。

複数の波が重なったとき、振幅の強まりや弱まりが起きる現象を干渉 (interference) という。しかし、光を重ねればいつでも干渉縞が観測されるわけではない。干渉を考えるときの基本は、「**光は自分自身としか干渉しない**」ということである。2つの電灯からの光を重ねても、決して干渉縞が観測されることはない。異なる光源から出る光を比べると、周波数も異なり、位相差も一定ではなくランダムに変動する。従って、時間平均をとると、縞

*¹ 光を波動だとするヤングの主張は発表当時 (1802~1804) は受け入れられなかった。光の波動論が受け入れられたのは、フレネルが回折理論を作り、それが実験的に確かめられてからである。

*² 光計測法については、谷田貝豊彦：「応用光学 光計測入門」第2版，丸善 (2005) や藤村貞夫：「光計測の基礎」森北出版 (1993) を参照せよ。

模様はならされて、一様な強度分布が観測されるだけである。

干渉を観測するためには、一つの光源と干渉計 (interferometer) が必要になる。干渉計とは、図 1 に概念図を示すが、入射光を一度二つ (または N 光束) に分け、再び重ね合わせる装置である。干渉計を用いれば、一つの光源から出た光が自分自身と重なり、干渉縞が観測にかかるようになる。干渉の相手は自分自身であるから、周波数は等しい。また、位相差は干渉計の光路差だけで決まり、光の持つ絶対的な位相にはよらない。こうして位相差は一定値をとるから、干渉縞が変動することはなく、時間平均をとっても消えずに残るのである*3。

2 理想的な単色光の干渉

理想的な単色光の干渉を考えよう。レーザーはほぼ理想的な単色光源と考えられる。さて、角周波数 ω 、真空中における波長 λ 、波数 $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ の点光源 (またはレーザー) から出た光を二つの光路に分け、観測点 \mathbf{r} で重ねる。観測点における複素振幅は

$$E = A_1 e^{-i\phi_1(\mathbf{r})} e^{i\omega t} + A_2 e^{-i\phi_2(\mathbf{r})} e^{i\omega t} \quad (1)$$

となる。ここで、 $\phi_1(\mathbf{r})$ 、 $\phi_2(\mathbf{r})$ は二つの光路を通過した光の観測点 \mathbf{r} における位相で、点光源から観測点までの光路長を波長 λ で割って 2π をかけたものである。光の強度は振幅の 2 乗に比例するから

$$I = |E|^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \psi \quad (2)$$

と書ける。 $\psi = \phi_1 - \phi_2$ は位相差である。第 1 項、第 2 項はそれぞれ第 1 の光波、第 2 の光波が単独で存在するときの強度に等しい。第 3 項が干渉の項

*3 二つに分けた光の一方を、ドップラー効果などを利用し、周波数シフトさせることはできる。このような光を干渉させると、周波数差に等しいビート信号が観測される。このような干渉の例が 7.1 項にある。また、高度に安定化した二台のレーザー光を干渉させても、ビート信号が観測される。

である。

光の強度を表す式 (2) は時間によらず一定であり、空間的な強度分布が観測される。これを干渉縞 (interference fringe) という。強度の強弱は位相差によって決まる。強度が最大となるのは、位相差が 2π の整数倍になる $\psi = \phi_1 - \phi_2 = 2m\pi$ のときで、その時の強度は $I_{max} = |A_1 + A_2|^2$ である。このとき、2つの光波の振幅の位相は等しくなり、振幅はそれぞれの光波の振幅の和になる。例えば、2つの光波の振幅が等しければ、干渉の結果、振幅は2倍になり、従って、強度は4倍になる。これを同位相 (in phase) の干渉、または強め合いの干渉 (constructive interference, 直訳すれば建設的干渉) という。一方、強度が最小となるのは、位相差が π の奇数倍になる $\psi = \phi_1 - \phi_2 = (2m + 1)\pi$ のときで、その時の強度は $I_{min} = |A_1 - A_2|^2$ である。このとき、2つの光波の位相は 180° 異なり、一方の波の山と、もう一方の波の谷が重なることになる。このため、振幅はそれぞれ光波の振幅の差になる。例えば、2光波の振幅が等しいとき、干渉により振幅は0になり、従って、真っ暗になる。これを、逆位相 (out of phase) の干渉、または弱め合いの干渉 (destructive interference, 直訳すれば破壊的干渉) という。

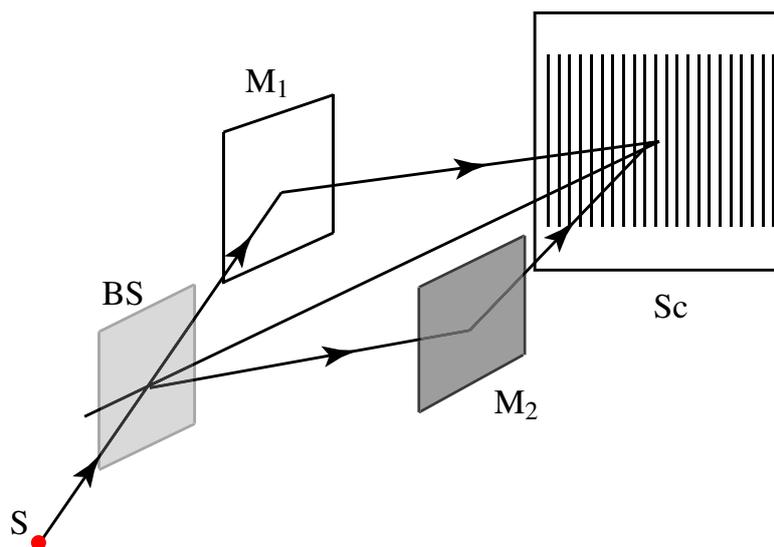


図1 干渉計。S:光源, BS:ビームスプリッター, M:鏡, Sc:観測面。

2.1 可視度

位相差が変化すると、干渉縞の強度は、 I_{max} と I_{min} の間を正弦的に変化する。例えば、位相差がちょうど 90° のときは、干渉した光波の強度は、それぞれの光波の強度の和になる。つまり、2光波の振幅が等しければ、振幅は $\sqrt{2}$ 倍になり、強度が2倍になる。

図2に描いたように、平均強度 I_{av} と干渉縞の振幅 ΔI は、それぞれ

$$I_{av} = \frac{I_{max} + I_{min}}{2}, \quad \Delta I = \frac{I_{max} - I_{min}}{2} \quad (3)$$

で与えられる。この比を、可視度、鮮明度 (visibility), 変調度 (depth of modulation), あるいはコントラスト (contrast) といい、干渉縞の見えやすさの指標となる。

$$V = \frac{\Delta I}{I_{av}} = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (4)$$

この可視度を使って、干渉縞強度を表すと

$$I = I_{av}(1 + V \cos \psi) \quad (5)$$

となる。

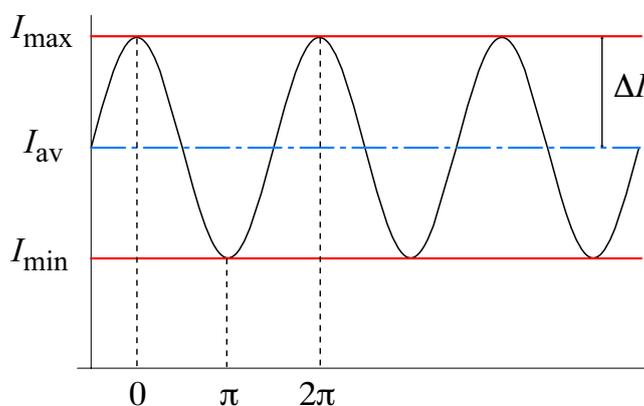


図2 干渉縞の強度分布

ここでは、2つの光は完全に干渉すると仮定して議論してきた。この場合、可視度は干渉する光の強度比で決まる。レーザー光の場合、この仮定はおおむね正しい。このような光を**コヒーレント** (coherent) であるという。ところが、普通のランプから出る光は、逆にほとんど干渉しない。これを**インコヒーレント** (incoherent) という。これは、実際の光源は、単色ではないことと、点ではなく面光源であることが原因である。スペクトルも空間的にも拡がりのある光源を用いたときの干渉については、本章の最後に述べる。

2.2 干渉縞

干渉縞は位相差 $\psi(\mathbf{r}) = \phi_1(\mathbf{r}) - \phi_2(\mathbf{r})$ の空間的な分布で決まる。

図3は、2枚の平面鏡と2枚の半透鏡からなるマッハ・ツェンダー (Mach-Zehnder) 干渉計である。この干渉計に平面波が入射すると、出力側で2つの平面波が干渉する (図4)。

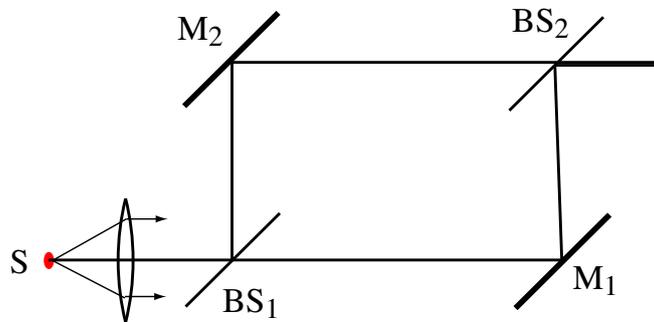


図3 マッハ・ツェンダー干渉計

2つの平面波の波動ベクトルを $\mathbf{k}_j = (2\pi/\lambda)\mathbf{t}_j$ とする。ただし、 \mathbf{t}_j は波の進む方向を向いた単位ベクトルである。各平面波の位相は $\phi_j = \mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r}$ となるから、干渉縞は

$$\psi = (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r} = \frac{2\pi}{\lambda} (\mathbf{t}_1 - \mathbf{t}_2) \cdot \mathbf{r} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{r} = 2m\pi \quad (6)$$

で与えられる。波動ベクトルの差 $\mathbf{K} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$ を干渉縞の**格子ベクトル**という。干渉縞は格子ベクトルに垂直な平面群になる。

簡単のため、二つの平面波の波動ベクトルは xz 面内にあり、 z 軸に対し対称に $\pm\theta$ の角度の方向を向いているとする。よって、二つの平面波の交差角は 2θ である。このとき $\mathbf{t}_j = (\pm \sin \theta, 0, \cos \theta)$ となるから、格子ベクトルは $\mathbf{K} = (2\pi/\lambda)(2 \sin \theta, 0, 0) = (4\pi \sin \theta/\lambda)(1, 0, 0)$ となる。一方、 \mathbf{K} ベクトルの大きさは、干渉縞の間隔 Λ と次の関係で結ばれる。

$$|\mathbf{K}| = \frac{2\pi}{\Lambda} = 2 \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta \quad (7)$$

これから

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} \quad (8)$$

が導かれる。この結果は、図4を用いて図形的に求めることもできる。なお、図4において、実線は光波の振動の山の部分を、波線は谷の部分を表す。強め合いの干渉は、山と山、または、谷と谷が重なる位置で起こる。図4の拡大図の直角三角形ABCから $\Lambda \sin \theta = \lambda/2$ が得られる。

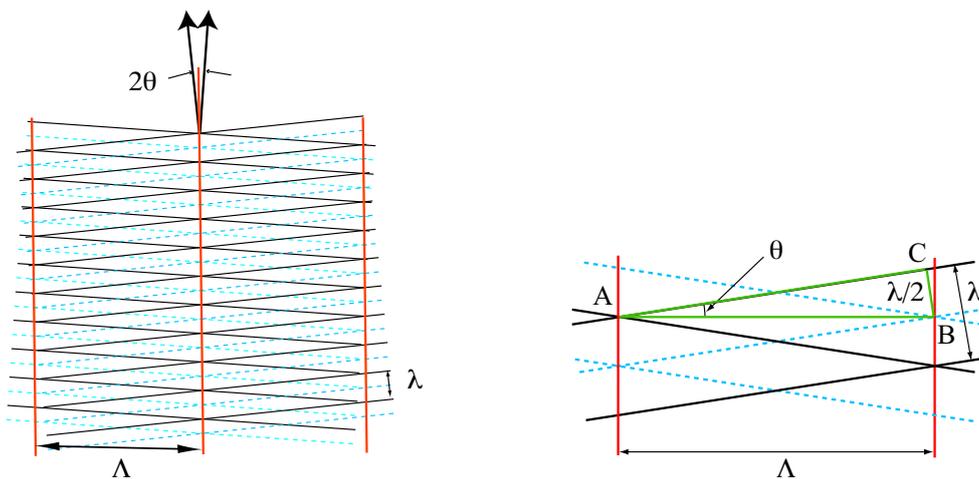


図4 2つの平面波の干渉

次に、二つの球面波の干渉を考えよう。球面波の位相は、光源からの距離

に比例する。実際、 j 番目の光源からの距離を r_j とすると、位相は $\phi_j = kr_j$ に等しい。干渉縞は、位相差が 2π の整数倍になる面、あるいは、光路差が波長の整数倍になる面 $r_1 - r_2 = m\lambda$ で与えられる。ところで、二点からの距離の差が一定である面は、その二点を焦点とする双曲面である (図 5)。すなわち、二つの球面波の干渉縞は双曲面群をなす。

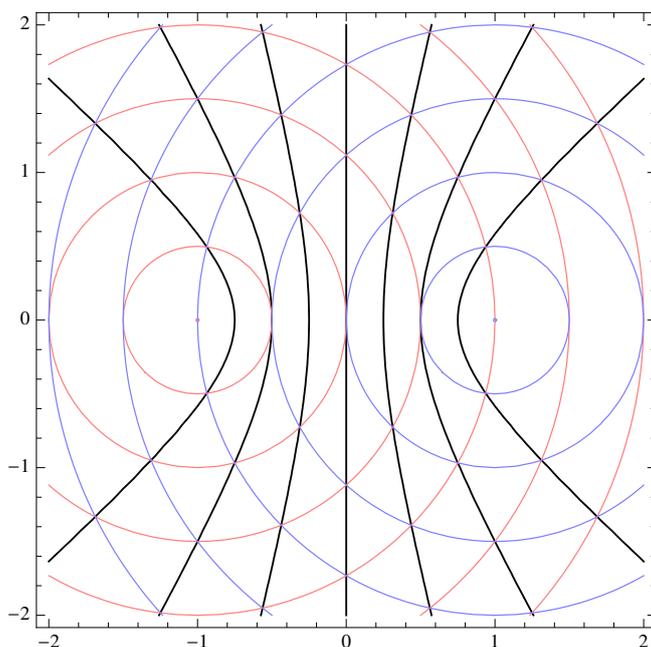


図 5 球面波の干渉

3 多光束干渉

前節では、二光束の干渉を考えた。ここでは、多数の光束の干渉を考えよう。例として回折格子を取り上げる。ヤングの干渉は、二つの孔 (スリット) から出た光の干渉である。図 6 のように、この孔を間隔 d で等間隔に並べると、透過型の回折格子ができる。孔の代わりに溝を掘ったものを用いれば、反射型になる。さて、隣り合う孔から出た光の位相差 ψ は、入射方向を

θ_1 , 出射方向を θ_2 とすると

$$\psi = \frac{2\pi d}{\lambda}(\sin \theta_2 \pm \sin \theta_1) \quad (9)$$

となる。ここで、複号は、反射型では正、透過型では負にとる。位相差が $\psi = 2m\pi$ を満足する方向に強く回折される。ここで、 m は回折の次数である。

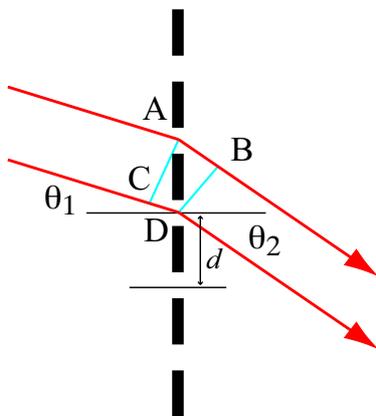


図6 回折格子

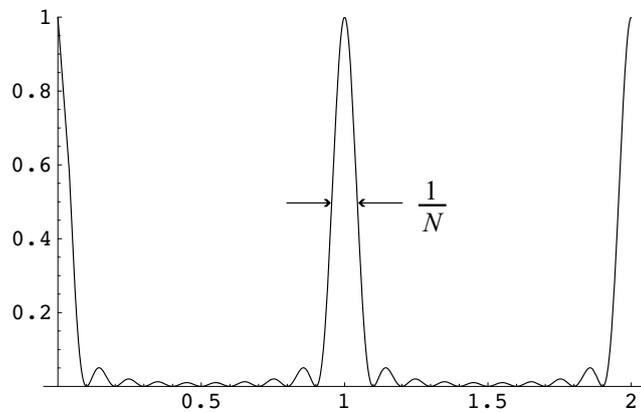


図7 多光束干渉縞

回折格子の孔の数を N とすると、 N 本の光が干渉した結果の強度は、各孔からの光の強さは等しいとして

$$\begin{aligned} I &= I_0 |1 + e^{-i\psi} + e^{-2i\psi} + \dots + e^{-(N-1)i\psi}|^2 \\ &= I_0 \frac{1 - \cos N\psi}{1 - \cos \psi} = I_0 \frac{\sin^2(N\psi/2)}{\sin^2(\psi/2)} \end{aligned} \quad (10)$$

となる。図7は $N = 10$ の場合である。一般に N 多重干渉では、干渉縞の幅は次数の一つ異なる干渉縞の間の間隔の $1/N$ になり、ピーク値は $N^2 I_0$ となる。よって、 N が大きいほど干渉縞はシャープになる。事実、回折格子の分解能は溝の本数 N で決まる。

4 等傾角干渉

図8のように平行な板に光線を入射したとき、その表面と裏面で反射を繰り返し、多数の平行な光線が出てくる。これらの光線の干渉を考えよう。平板の厚さを d 、屈折率を n 、平板への入射角を θ_0 、屈折角を θ とする。屈折の法則から $\sin \theta_0 = n \sin \theta$ が成り立つ。隣り合う2本の光線の光路差は $L = 2nd \cos \theta$ で与えられる。よって、位相差 ψ は

$$\psi = \frac{4\pi nd \cos \theta}{\lambda} \quad (11)$$

となる。 nd が一様な平板では、位相差は波長と入射角できまる。ある波長について考えれば、入射角が特定の値をとるときに、強め合いの干渉が生じる。平板から出てきた光線を、無限の遠方で、あるいは図9のように適当な凸レンズを用いその焦点面で観測すれば、射出角が上の条件を満たす方向に強い干渉が観測される。よって、この干渉縞を**等傾角干渉縞** (fringe of equal inclination) と呼ぶ。

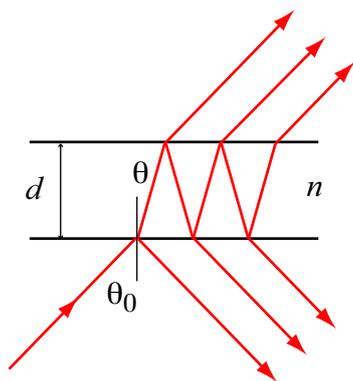


図8 等傾角干渉

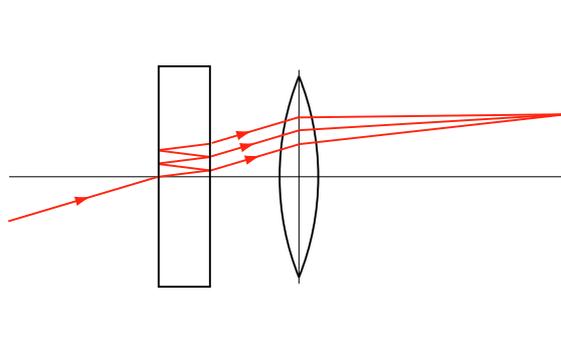


図9 エタロン

多光束干渉の効果を高めるためには、平行な板の両面に高反射膜を付ける。このような光学素子をエタロン (etalon) という。透過光強度を計算しよう。空気からガラスに入るとき、振幅透過係数を t 、振幅反射係数を r

とする。逆に、ガラスから空へ出るときの係数を t' , r' とする。吸収がないとき、これらの係数の間には、ストークス (Stokes) の関係式と呼ばれる次の式が成り立つ。

$$r' = -r, \quad tt' + r^2 = 1 \quad (12)$$

さて、透過光および反射光の干渉強度を求めよう。入射光の振幅を 1 とし、透過光を考える。一度も反射せずにガラスを突き抜けた光の振幅は tt' である。一度ガラスの裏面で反射して外に出た光の振幅は $tr'^2t' \exp(-i\psi)$ である。次にガラスの中で 2 度往復してから外に出る光の振幅は $tr'^4t' \exp(-2i\psi)$ である。これを無限に足すと透過光の振幅が出る。よって、透過光の干渉強度 I_T は

$$\begin{aligned} I_T &= \left| tt' \sum_{n=0}^{\infty} r'^{2n} e^{-ni\psi} \right|^2 \\ &= \frac{t^2 t'^2}{1 - 2r'^2 \cos \psi + r'^4} = \frac{(1 - r^2)^2}{1 - 2r^2 \cos \psi + r^4} \end{aligned} \quad (13)$$

となる、ただし、ストークスの関係式 (12) を用いた。この式は次のように

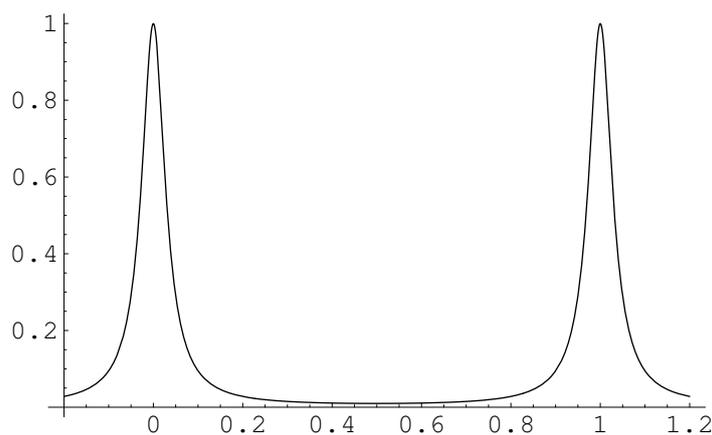


図 10 干渉縞 (エアリーの式)

変形できる。

$$I_T = \frac{1}{1 + F \sin^2(\psi/2)}, \quad F = \frac{4R}{(1 - R)^2} \quad (14)$$

ただし、 $R = r^2$ はガラス面の強度の反射率である。この式をエアリー (Airy) の式という。図 10 は $F = 100$ の場合の干渉縞の強度分布を描いたものである。ただし、1 フリンジ間隔 ($\psi = \pi$) を 1 にとってある。この強度分布は $\psi = 0$ で $I_T = 1$ である。そこで、強度が $1/2$ になるときの ψ を求めると、 F が十分大きいときは、 $\Delta\psi \approx 2/\sqrt{F}$ となる。この関数は $\psi = \pi$ の周期関数だから、この比

$$f = \frac{\pi}{\Delta\psi} = \frac{\pi}{2} \sqrt{F} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1 - R} \quad (15)$$

をフィネス (finesse) という。フィネスは前節の回折格子の溝の本数 N に対応し、干渉縞の鋭さを表す量である。

問題 1 位相差の式 (16) を確かめよ。

問題 2 反射光の干渉強度は $I_R = 1 - I_T$ となるはずである。このことを直接計算で確かめよ。

5 等厚干渉

図 11 のように、薄い平行な板の、表面と裏面の反射光による干渉を考えよう。光源上の点 S から出て、板の中に入って裏面で反射して観測点 P に到達した光線 $SABCP$ と、表面で反射して観測点 P に至る光線 SDP の光路差 $L = [SABCP] - [SDP]$ を求める。しかし、一般の配置では、光路差の計算はかなり面倒である。板は十分薄く、表面と裏面はほとんど平行であるとする、位相差は

$$\psi = \frac{4\pi nd \cos \theta}{\lambda} \quad (16)$$

で与えられる。

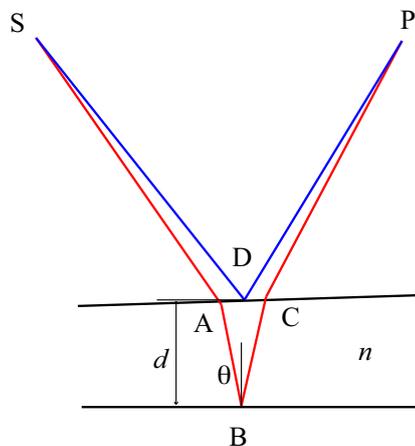


図 11 等厚干渉

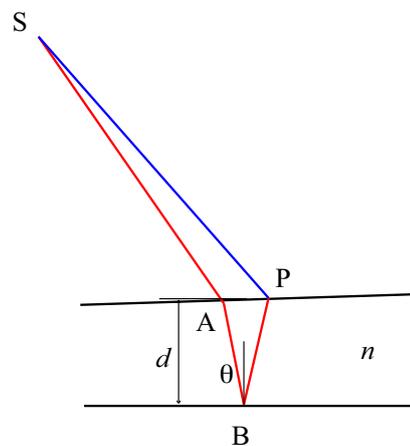


図 12 物体上に観測点を置いた場合

面光源を使った場合の干渉縞の形成を考えよう。観測点 P を固定する。光源上の点 S が変わると、反射点 D も変化するであろう。位相差は D 点における光学的厚さ nd で決まるから、D 点が変わると位相差も変化する。よって、光源面全体で積分すると、位相差の変化のため、消えてしまう。すなわち干渉縞は観測されないことになる。

反射点が動かないようにするには、図 12 のように、観測点 P を物体の表面にもってくればよい。このときも位相差は式 (16) で与えられる。この配置では、D 点と P 点は一致するから、光源点 S が動いても変化しない。実際には角度 θ が変化するが、この変化は小さい。よって、観測点を物体面上にもってくれば、干渉縞が観測できることが分かる。実際には、物体面を適当な光学系で結像すればよい。干渉縞は $nd \cos \theta$ が等しい点を結ぶ図形を描く。垂直に入射した場合 ($\theta = 0$) 干渉縞の 1 フリンジは、光路差 $\Delta(nd) = \lambda/2$ に対応する。屈折率 n が一様であれば、干渉縞は厚さ d が一定をとる等高線図を描くことになる。よって、これを**等厚干渉縞** (fringe of equal thickness) という。

図 13 は、基準となる平面と被測定面を密着し、その隙間の空気層の表面

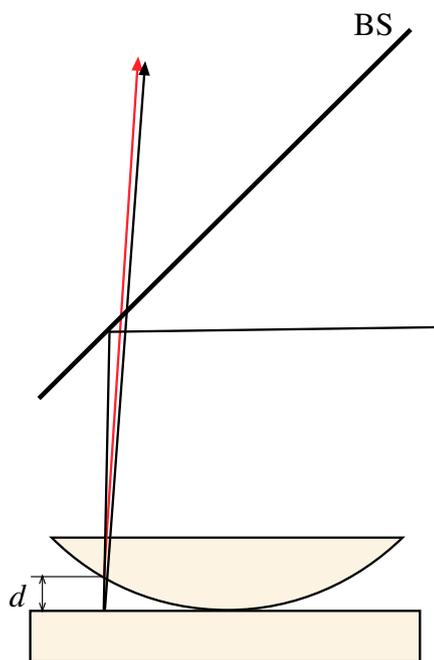


図 13 干渉計

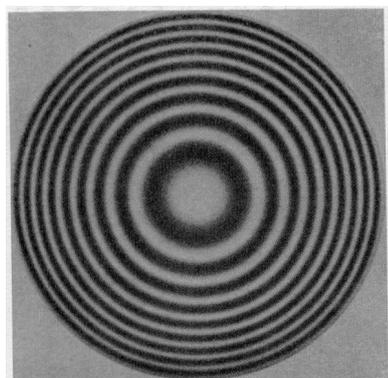


図 14 ニュートンリング

と裏面の間の間隔から測定面の形状を測る干渉計である。図 14 はレンズの曲面を測定した例で、**ニュートンリング** (Newton ring) という*4。また、図 13 のような干渉計をフィゾー (Fizeau) 干渉計という。インコヒーレント光源を用いる場合は d は非常に薄くなくてはならないが、レーザーを光源とするときは、基準面と被測定面を離すことができる。

6 干渉計測

干渉計測の例として、ほぼ平面に近い面の形状を計測することを考える。干渉計測には、基準となる面が必要になる。被検面がほぼ平面のときは、基準面として平面を用いる。これをオプティカルフラット (optical flat) という。基準面と被検面との間の光路差を干渉計で計測する (図 15)。

干渉計で 2 つの波面の差を計測するとき、干渉縞の 1 フリンジは波長の半

*4 ニュートンは白色光源を用いていたので、色の変化する干渉縞を観測していた。

分 ($\lambda/2$) の差に対応する。従って、干渉縞の濃淡の判定から、目視でも、少なくとも $\lambda/4$ の精度で波面の差を読み取ることができる。実際には、2 光波の干渉縞は

$$I(x) = I_0(x) + I_1(x) \cos [Kx + \psi(x)] \quad (17)$$

という形をしている。ここで、 I_0 は干渉縞の平均的な強度、 I_1 は干渉縞の振幅である。また、 K は干渉縞の平均的な波数（縞間隔を Λ とすると、 $K = 2\pi/\Lambda$ ）、 $\psi(x)$ は測りたい位相である。波数 K は、干渉させる 2 つの波面の平均的な交差角に依存する。これを干渉縞のキャリア周波数という*⁵。干渉縞は等高線図を表すから、位相情報 ψ は干渉縞の曲がり具合から計測できる。干渉縞の例を示そう。図 16 は、一つの山と、一つの窪みからなる被検物体の鳥瞰図である。図 17 はキャリア周波数を 0 としたときの ($K = 0$)、干渉縞である。この縞模様からは、地形が凸なのか凹なのかの判断はできない。図 18 と図 19 はそれぞれ縦縞、横縞のキャリアを乗せたときの干渉縞である。細かい干渉縞を付け加えることにより、凹凸の違いを判別できるようになる。

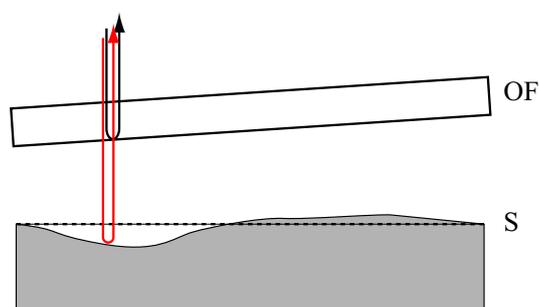


図 15 干渉計測

*⁵ この周波数は時間変化の周波数ではなく、空間変化の周波数で、単位長さ当たりの縞の本数で測られる。これを空間周波数という。

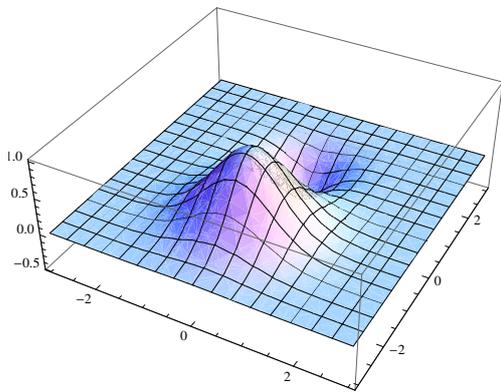


図 16 被検物体の鳥瞰図

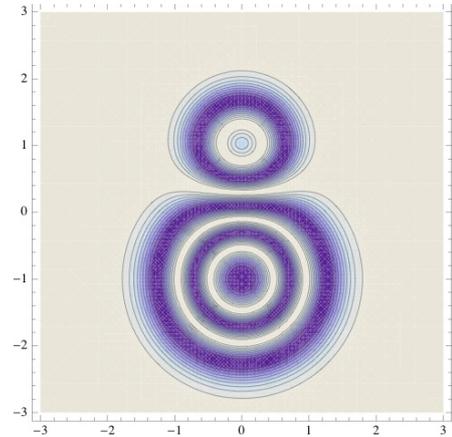


図 17 干渉縞。キャリアなし。

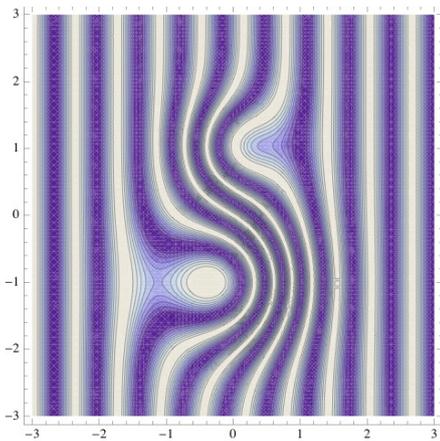


図 18 干渉縞。縦縞キャリアを付与。

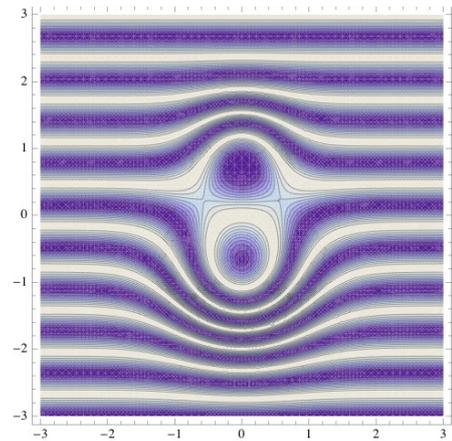


図 19 干渉縞。横縞キャリアを付与。

7 サブフリッジ計測

干渉縞の強度分布は \cos 関数の形をしているから、強度分布を正確に測れば、位相測定 of 精度を上げることができる。干渉計測の分解能は SN 比（信号と雑音の大きさの比）できまり、原理的な限界は存在しない。1 フリッジ以下の精度で計測するという意味で、サブフリッジ計測という。

では、どのようにしてサブフリッジ計測を行えばよいだろうか。干渉縞の強度分布を精度よく測って位相を決めるのは、賢い方法ではない。その理由

の一つに、どんなに光学系を注意深く組んでも照明光の明るさを一様にするのは難しいから、照度のムラが生じることが挙げられる。すなわち、式 (17) に書いた通り、平均強度や干渉縞の振幅は一定ではなく、位置 (x) によって異なるのである。この影響を取り除くため、明るさの分布 I_0, I_1 と、位相の分布 ψ を分離して測る必要がある。このような方法として、(1) ヘテロダイン干渉法、(2) 縞シフト法、(3) フーリエ変換法などが考案されている。

7.1 ヘテロダイン干渉法

干渉する 2 光波の周波数が異なり、ビートが観測される場合をヘテロダイン (heterodyne) 干渉という。例えばマイケルソン干渉計では、参照平面鏡を光軸にそって等速度 v で動かせばよい。参照平面鏡が $\lambda/2$ 移動すると、干渉縞の分布は元に戻るから、ビート周波数は $\Delta f = 2v/\lambda = 2fv/c$ に等しい。このビート周波数は、動いている鏡で光が反射されるときドップラー効果であるとも考えることもできる。干渉縞は、式 (17) の代わりに ($K = 0$ として)

$$I(x, t) = I_0(x) + I_1(x) \cos [\Delta f t + \psi(x)] \quad (18)$$

となる。信号は時間的に振動するから、その位相を測ればよい。実際には、基準となる点をあらかじめ決めておき、基準点と観測点の信号を比較し、相対位相差を求める。これは電気的な測定であるから位相を精度よく測ることができる。基準点を $x = 0$ とすれば、 $\psi(x) - \psi(0)$ が高精度に測れることになる。この方法は精度は良いのだが、一点ごとの測定となるため、画像情報が必要となる用途には向かない。

7.2 縞シフト法

縞シフト法 (fringe scan method) も参照平面鏡を動かすが、ヘテロダイ
ン法の場合のように連続的に動かすのではなく、一定量動かしては止めて干
渉縞を観測する。これを N 回繰り返す、そのデータから位相を求める。式
(17) に戻ると、未知数は I_0, I_1, ψ の 3 つであるから (ここでも $K = 0$ とす
る)、最低限 3 回測定すれば、位相 ψ だけを求めることができる。しかし、
数式が最も簡単になるのは $N = 4$ のときであるので、この場合を説明する。
参照平面鏡を $\lambda/8$ ずつ移動し、干渉縞を観測する。 $\lambda/8$ の移動は、 $\pi/2$ の位
相変化に対応する。よって、次の 4 つの干渉縞を観測することにあたる。

$$\begin{aligned} I(x, 0) &= I_0(x) + I_1(x) \cos \psi(x) \\ I(x, \pi/2) &= I_0(x) + I_1(x) \cos [\psi(x) + \pi/2] = I_0(x) - I_1(x) \sin \psi(x) \\ I(x, \pi) &= I_0(x) + I_1(x) \cos [\psi(x) + \pi] = I_0(x) - I_1(x) \cos \psi(x) \\ I(x, 3\pi/2) &= I_0(x) + I_1(x) \cos [\psi(x) + 3\pi/2] = I_0(x) + I_1(x) \sin \psi(x) \end{aligned}$$

これらの式から

$$\tan \psi(x) = \frac{I(x, 3\pi/2) - I(x, \pi/2)}{I(x, 0) - I(x, \pi)} \quad (19)$$

となることが分かるであろう。これから位相が求まる。計算は \arctan だけ
であるから、計算は問題ない。平面鏡の駆動部を正確に位相差が出るように
制御すればよい。平面鏡の微小な移動にはピエゾ素子 (電圧をかけると伸び
縮みする材料からできた素子) が使われる。

7.3 フーリエ変換法

フーリエ変換法 (Fourier transform method) は、計算機によるフーリエ
変換を用いて、位相を決める方法である。これまでは $K = 0$ の粗い縞が用
いられていたが、フーリエ変換法では、 K を大きくして、細かい干渉縞を

形成する。それを精度よく読み取って、計算機でフーリエ変換する。数値計算には、高速フーリエ変換アルゴリズム (fast Fourier transform, 略して FFT) が用いられる。この方法の数学的な原理は、 \cos 関数を複素指数関数で表す次の関係式 $\cos \theta = [\exp(i\theta) + \exp(-i\theta)]/2$ にある。この式を用いると、干渉縞の式 (17) は

$$I(x) = I_0(x) + \frac{1}{2}I_1(x)e^{i(Kx+\psi)} + \frac{1}{2}I_1(x)e^{-i(Kx+\psi)} \quad (20)$$

となる。この式をフーリエ変換すると、3つの項の和になる。K が十分大きいとき、図 20 に示すように、これら 3 項はスペクトル上で異なる位置にくるから、分離できる。こうして、スペクトルの切り出し、逆フーリエ変換すれば

$$I_{FT}(x) = \frac{1}{2}I_1(x)e^{i(Kx+\psi)} \quad (21)$$

が得られる。この信号に $\exp(-iKx)$ を掛けて対数をとると

$$\log(I_{FT}e^{-iKx}) = \log(I_1/2) + i\psi \quad (22)$$

となるから、虚部から位相が求まる。この方法では、測定は 1 回ですむ。そのかわり、干渉縞が細くなるから、検出器の空間的な分解能をよくする必要がある。

以上のような方法により、波長以下の測定が可能になり、 $\lambda/100$ 程度の高い精度が実現可能である。

付録 A いろいろな干渉計

本文中にもいろいろな干渉計が出てきたが、ここでまとめておく。

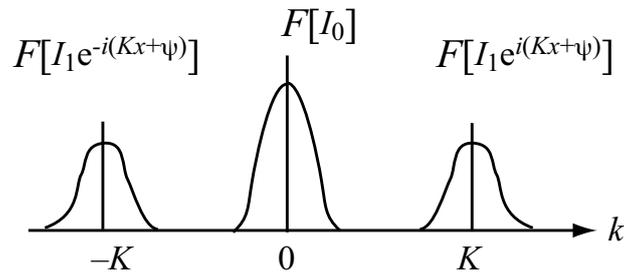


図 20 フーリエ変換法。周波数空間におけるスペクトル分布

A.1 マイケルソン干渉計

図 21 は、マイケルソン (Michelson) 干渉計、あるいは、トワイマン・グリーン (Twyman - Green) 干渉計と呼ばれる。M₁ が基準面、M₂ が被検面である。縞シフト法では、基準面 M₁ に piezo 素子 PZT をつけ、微小な変位を与え位相差を変化する。レンズの検査では、M₂ の位置に、図 22 のようにレンズと球面鏡を組み合わせたものをおき、平行光 (平面波) が入射したとき、平行光 (平面波) として戻るような配置にする。レンズに収差があると、戻り光は平行光 (平面波) からずれる。そのずれを干渉計測する。

A.2 フィゾー干渉計

図 13 のニュートンリングの干渉計や、図 15 の干渉計をフィゾー (Fizeau) 干渉計という。オプティカルフラットを基準面とし、空気層の厚さを測ることにより、被検体の面形状を測定する。

A.3 マッハ・ツェンダー干渉計

図 3 をマッハ・ツェンダー干渉計という。

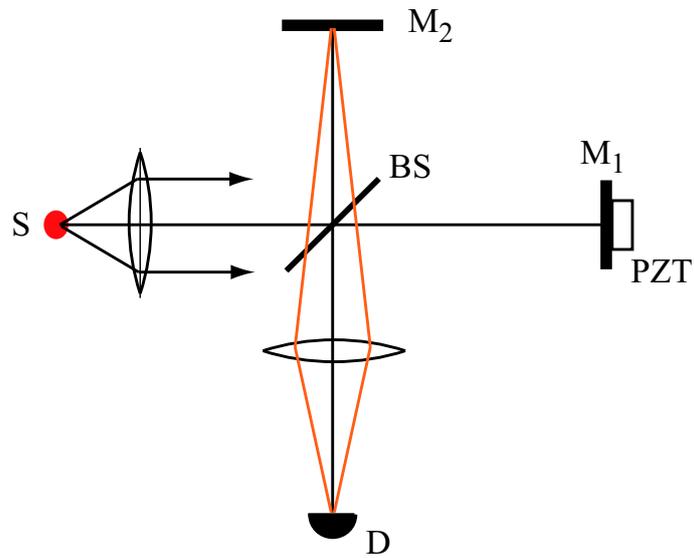


図 21 マイケルソン干渉計，または，トワイマン・グリーン干渉計

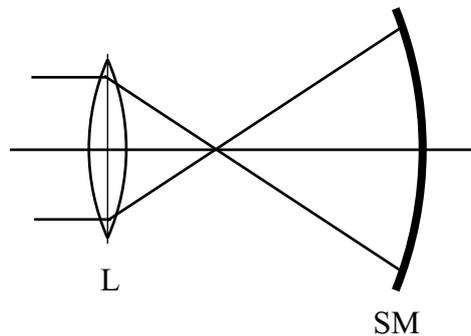


図 22 レンズの計測。トワイマン・グリーン干渉計の一方の反射鏡の位置に置き，レンズの収差を計測する。

A.4 サニャック干渉計

サニャック (Sagnac) 干渉計は，図 23 のように，半透鏡で分けられた二光束の一方を右回りに，他方を左回りに回転し，検出器上で干渉させる。これは，特殊な干渉計で，干渉計自体が回転すると，回転の角速度に比例する

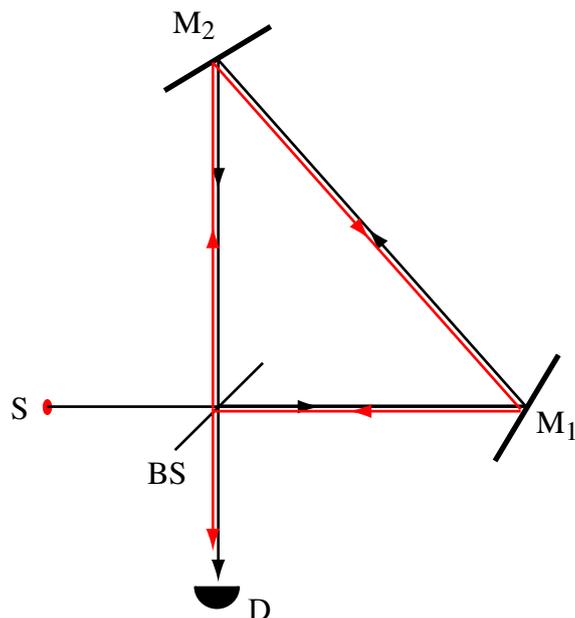


図 23 サニャック干渉計

ビート信号が観測される。この性質を利用して、回転計（ジャイロ）に使われる。

A.5 ファブリー・ペロ干渉計

4 節で平行平板（エタロン）の表面と裏面の反射を用いた等傾角干渉を論じた。平行平板の代わりに、2 枚の高反射率の半透鏡を平行に向かい合わせた干渉計をファブリー・ペロ（Fabry - Pérot）干渉計という。

付録 B ニュートンリングと球面の曲率半径

図 13 のように、ニュートンリングで面の曲率半径を計測するときの、干渉縞の半径 r と球面の曲率 R の関係を導こう。ニュートンリングの m 番目の暗環の半径を r_m とする。空気層からガラス表面での反射で π の位相変化が生じるところを考慮すると、光路差が 0 のとき打ち消し合いの干渉がおき

るから、 $r_0 = 0$ である。さて、中心から r の位置における空気層の厚さ d は、点 $(r, R - d)$ が半径 R の円の上に乗ることから、 $r^2 + (R - d)^2 = R^2$ の関係を満たす。 $R \gg d$ であることを考慮すると $d = r^2/2R$ となる。ところが、 m 番目の暗環における光路差は $m\lambda/2$ であるから

$$r_m^2 = m\lambda R \quad (23)$$

の関係がある。この式を用い、暗環の半径から球面の曲率半径を求めることが出来る。

付録 C ヤングの干渉計と空間的コヒーレンス

レーザー光を用いると、干渉縞はほとんど何処にでも作られる。ところが、普通のランプのような光源では、干渉縞を作るのは簡単ではない。干渉縞の出来易さを表す指標がコヒーレンス (coherence) である。ここでは、図 24 のようなヤングの干渉計を用い、空間的コヒーレンスについて論じる。

直径が D の光源を考える。この光源は単色光源で、角周波数 ω の光だけを放出すると仮定する。光源は発光する分子の集まりであるが、個々の分子は互いに独立に発光すると考えよう。周波数は同じでも位相がばらばらになっているという意味である。従って、光源の異なる点から出た光は干渉し

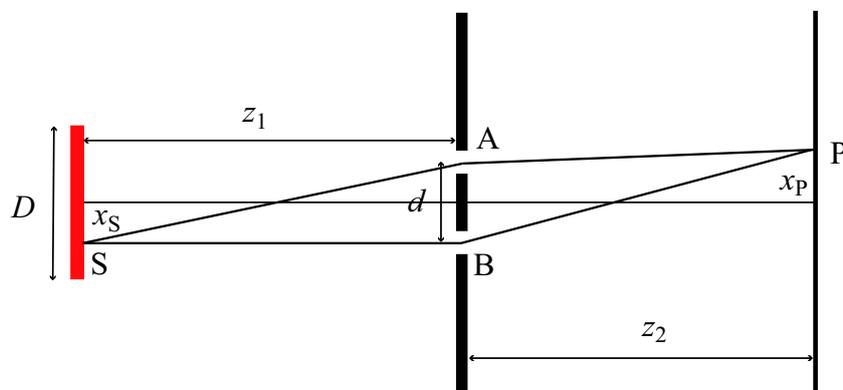


図 24 ヤングの干渉計

ない。干渉縞を形成するのは光源の一点から出た光で、これがスリットで二つにわけられた後、再び重なって干渉すると考えるのである。このような光源を、空間的にインコヒーレントな光源という。あるいは簡単に、面光源ともいう。ここで注意すべきことは、インコヒーレント光源から出た光が全く干渉しないわけではない。以下に示すように、立派に干渉する。紛らわしいのであるが、光源がコヒーレントであるかインコヒーレントであるかという分類と、そこから出た光が干渉するかどうかは区別して考えなくてはならない。

さて、ヤングの干渉計に戻ろう。間隔 d の二重スリットが、光源から z_1 の位置に置かれている。そこから更に z_2 のところにスクリーンを置き、干渉縞を観測する。光源の一点 S から出た光による干渉縞を考えよう。 S 点の x 座標を x_S とし、観測点の x 座標を x_P とする。スリット A を通る光路とスリット B を通る光路の光路差は

$$L = \overline{SBP} - \overline{SAP} \approx \frac{d}{z_1} x_S + \frac{d}{z_2} x_P \quad (24)$$

となる。ただし、距離 z_1 や z_2 は、スリット間隔や光源の大きさに比べ十分大きいとして、平方根を展開した。二つのスリットを通過する光の強さは等しいとすると、干渉縞の強度分布 $I(x_P, x_S)$ は

$$I(x_P, x_S) = I_0 \{1 + \cos(\beta_2 x_P + \beta_1 x_S)\} \quad (25)$$

となる。ただし、 $\beta_j = kd/z_j = 2\pi d/\lambda z_j$ と置いた。光源の異なる点から出た光は干渉しないから、強度の足し算でよい。よって、観測点 P での干渉縞の強度 $I(x_P)$ は、光源の明るさ（輝度）が一様であれば

$$I(x_P) = \int_{-D/2}^{D/2} I(x_P, x_S) dx_S = I_0 D [1 + \gamma \cos(\beta_2 x_P)] \quad (26)$$

となる。ここで、係数 γ は

$$\gamma = \text{sinc}\left(\frac{\pi d D}{\lambda z_1}\right) \quad (27)$$

で与えられる。ただし、 $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$ と定義される関数で、シンク関数と呼ばれる。この係数 γ をコヒーレンス度 (degree of coherence) といい、干渉縞の可視度を決定する。直径 D の面光源を z_1 だけ離して置いたとき、 d だけ離れた二点のコヒーレンスの度合いが式 (27) で与えられるということである。コヒーレンス度 (27) は、間隔 d の関数で、 $d = 0$ で 1 である。これは、インコヒーレント光源からの光でも、同じ点であれば、完全に干渉することを意味する。また、 $d = \lambda z_1/D$ のときに 0 になり、ここでは、全く干渉しない。この範囲 $\Delta d \approx \lambda z_1/D$ をコヒーレントな領域とよぶ。光源の直径 D が小さく点光源に近づけば、コヒーレントな領域は広がる。 D/z_1 は、スリットの位置から見た光源の見かけの角度であるから、コヒーレントな領域は、波長を光源の見かけの角度で割った値に等しいと言える。 d がこの値を超えると γ が負になる。これは、位相が π ずれて、干渉縞の明暗が逆転することを意味する。

問題 3 式 (26) の積分を確かめよ。

付録 D マイケルソン干渉計と時間的コヒーレンス

次に、図 25 のマイケルソン (Michelson) 干渉計を用いて、時間的コヒーレンスについて考えよう。この干渉計の光源は点光源で、空間的にはコヒーレントであるとする。しかし、光源は単色ではなく、スペクトル拡がり $S(k)$ を持つ。ここでは波数 $k = \omega/c$ を変数にとるが、 ω を変数にとっても構わない。

光源 S から出た光は、ビームスプリッター BS で二つの光路に分けられる。それぞれは、反射鏡 M_1 , M_2 で反射した後、再びビームスプリッター BS に戻り、検出器 D で干渉する。干渉する二つの光の光路差は $L = 2(L_2 - L_1)$ である。よって、波数 k の光の干渉による強度は $I(k) = S(k)[1 + \cos(kL)]$

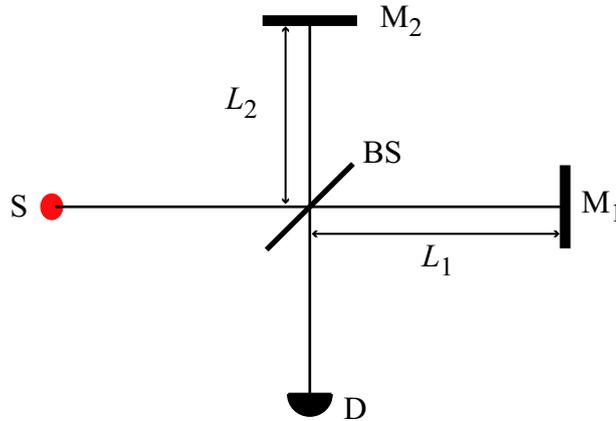


図 25 マイケルソン干渉計

となる。これを全スペクトルにわたって積分して、干渉強度 $I(L)$ は

$$I(L) = \int_0^{\infty} [1 + \cos(kL)] S(k) dk = I_0 [1 + \gamma(L)] \quad (28)$$

と書ける。ここで

$$I_0 = \int_0^{\infty} S(k) dk \quad (29)$$

は、光源の全強度である。時間的なコヒーレンス度 $\gamma(L)$ は

$$\gamma(L) = \frac{1}{I_0} \int_0^{\infty} \cos(kL) S(k) dk \quad (30)$$

となり、光源のスペクトル分布のフーリエ余弦変換で与えられる。これは、光路差 L の関数である。

例えば、スペクトルが $k_0 = \omega_0/c$ を中心に幅 $2\Delta = 2\Gamma/c$ の矩形状の分布をする光源を考えよう。積分の結果はシンク関数になり

$$\gamma(\tau) = \cos(\omega_0\tau) \text{sinc}(\Gamma\tau) \quad (31)$$

となる。ただし、ここでは光路差の代わりに時間差 $\tau = L/c$ の関数として表した。これから、コヒーレントである時間差は $\tau \approx 1/\Gamma$ となる。この時

間差をコヒーレンス時間という。また、これに光速度 c をかけた $L_c = cT$ をコヒーレンス長という。古典的な解釈では、図 26 に示す通り、光は長さがコヒーレンス長程度の波連（一連なりのコヒーレントな波）の集まりであると考えることができる。異なる波連は互いに位相がランダムであるから、時間平均をとれば干渉に寄与しない。



図 26 波連の集まり

コヒーレンス時間は、スペクトル幅の逆数に等しい。この結果は、光源の空間的なコヒーレンスとは無関係である。よって、ランプでもレーザーでも、コヒーレンス時間は単にスペクトル幅の逆数で与えられる。レーザーの時間的なコヒーレンスが優れているのは、レーザー光のスペクトル幅が非常に狭いからである。普通のランプでも、フィルターを通してスペクトル幅を狭くすれば時間的なコヒーレンスを高めることができる。しかし、スペクトル幅を狭めると、光量が減ってしまい、非常に弱い光しか得られない。レーザーでは、狭いスペクトル幅にエネルギーを集中することが可能となるのである。レーザー光と普通のランプからの光の違いは、高次のコヒーレンスを考えると明らかになる。その一例が、強度相関である。異なる 2 点で測った光強度の相関をとると、レーザーとランプで本質的な違いが見えてくる。

付録 E 白色干渉

スペクトルの広い、したがって、コヒーレンスの低い光源を用い、マイケルソン干渉計の一方の鏡を移動し L を変えて干渉強度を測ると、式 (28) が求まる。これをインターフェログラム (interferogram) という (図 27)。このインターフェログラムから光路差が 0 になる位置を比較的正確に求める

ことができる。これを白色干渉，または，低コヒーレンス干渉という。高コヒーレンスの干渉計では，位相差 0 の位置は事実上求められないが，白色干渉を用いると，被検面の絶対的な位置が求められるので，最近よく使われるようになった。

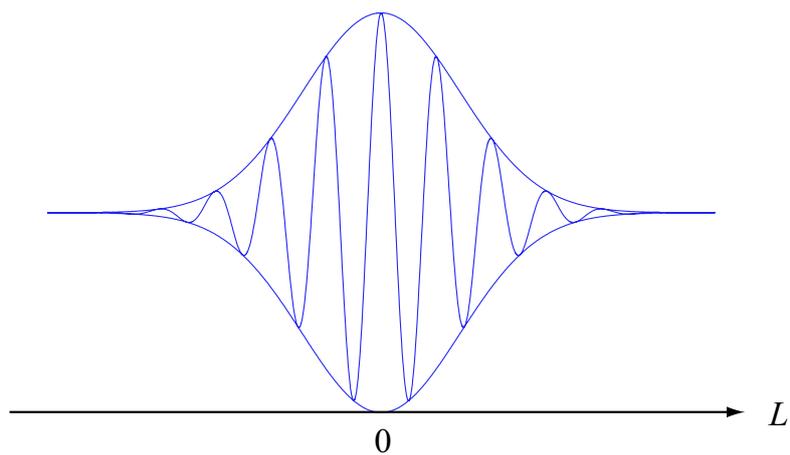


図 27 白色干渉によるインターフェログラム